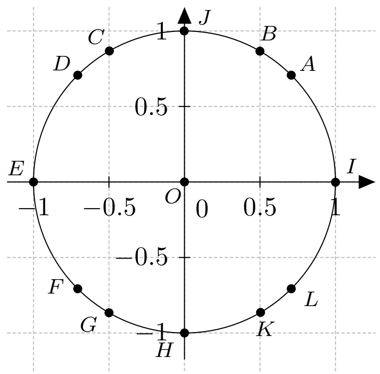
Correction de l'interrogation n° 5
Sujet 1

Exercice 1 (2 points)

Compléter sans justification.

1. L'image du réel $\frac{4\pi}{3}$ est le point G
2. Le point D est l'image du nombre $\frac{3\pi}{4}$



Exercice 2 (3 points)

1. On donne $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{29\pi}{4}$.

   La mesure principale de $(\vec{u};\vec{v})$ est $-\frac{3\pi}{4}$
2. On donne $(\vec{u};\vec{v}) = -\frac{41\pi}{5}$.

   La mesure principale de $(\vec{u};\vec{v})$ est $-\frac{\pi}{5}$

Exercice 3 (3 points)

On donne $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}) = \frac{3\pi}{7} \quad [2\pi]$. Compléter sans justification

1. La mesure principale de $(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{BA})$ est $-\frac{3\pi}{7}$
2. La mesure principale de $(\overrightarrow{AB};-\overrightarrow{CD})$ est $-\frac{4\pi}{7}$

Exercice 4 (3 points)

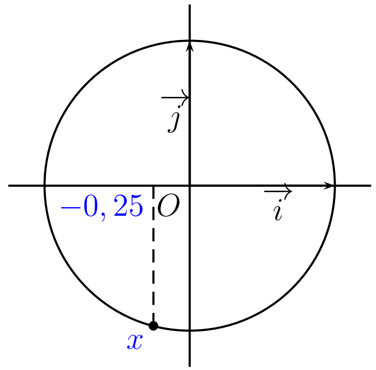
Donner les valeurs exactes :

1. $\sin\pi = 0$ $\qquad \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.
2. $\cos 0 = 1$ $\qquad \cos\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
3. $\sin -\frac{\pi}{2} = -1$ $\qquad \cos\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ $\qquad \cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
4. $\sin -31\pi = 0$ $\qquad \cos\frac{25\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \sin\frac{-13\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 5 (3 points)

Soit x un réel de $\left[-\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos x = -\frac{1}{4}$.

1. Placer l'image de x sur le cercle trigonométrique.
2. Déterminer la valeur exacte de $\sin x$. Justifier.



Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
Donc $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - (0,25)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.
Donc $\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$ ou $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.
Comme $x \in \left[-\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$, $\sin x \leqslant 0$. $\boxed{\text{Donc } \sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}}$.

Exercice 6 (6 points)

1. On considère l'équation $\cos x = -\frac{1}{2}$.

   Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont les réels de la forme $x = \frac{2\pi}{3} + k\times 2\pi$ ou $x = -\frac{2\pi}{3} + k \times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

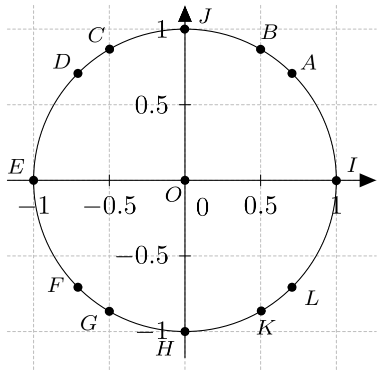
   Dans l'intervalle $[0;2\pi]$, les solutions sont $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$.
2. On considère l'équation $\sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

   Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont les réels de la forme $x = \frac{\pi}{6} + k\times\pi$ ou $x = \frac{\pi}{3} + k\times\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

   Dans l'intervalle $[0;2\pi]$, les solutions sont $\frac{\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$.

Sujet 2

Exercice 7 (2 points)



1. L'image du réel $\frac{5\pi}{4}$ est le point F
2. Le point K est l'image du nombre $-\frac{\pi}{3}$

Exercice 8 (3 points)

Compléter sans justification :

1. On donne $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = \frac{39\pi}{5}$.
   La mesure principale de $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ est $-\frac{\pi}{5}$
2. On donne $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = -\frac{41\pi}{4}$.
   La mesure principale de $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ est $-\frac{\pi}{4}$

Exercice 9 (3 points)

On donne $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}) = \frac{2\pi}{11} \quad [2\pi]$. Compléter sans justification

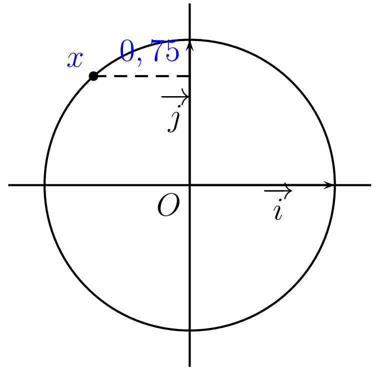
1. La mesure principale de $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{BA})$ est $\frac{9\pi}{11}$
2. La mesure principale de $(-4\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD})$ est $-\frac{9\pi}{11}$

Exercice 10 (3 points)

Donner les valeurs exactes :

1. $\cos\pi = -1$ $\qquad \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\qquad \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. $\sin 0 = 0$ $\qquad \cos\frac{-\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
3. $\cos 0 = 1$ $\qquad \cos\frac{\pi}{2} = 0$ $\qquad \sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
4. $\cos 11\pi = -1$ $\qquad \cos\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \sin\frac{-9\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 11 (3 points)



Soit x un réel de $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ tel que $\sin x = \frac{3}{4}$.

1. Placer l'image de x sur le cercle trigonométrique.
2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$. Justifier.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

Donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - (0,75)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$.

Donc $\cos x = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ou $\cos x = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Comme $x \in \left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$, $\cos x \leqslant 0$. $\boxed{\text{Donc } \cos x = -\frac{\sqrt{7}}{4}}$.

Exercice 12 (6 points)

1. On considère l'équation $\sin x = \frac{1}{2}$.
   Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont les réels de la forme $x = \frac{\pi}{6} + k \times 2\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{6} + k \times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
   Dans l'intervalle $[0; 2\pi]$, les solutions sont $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$.
2. On considère l'équation $\cos(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
   Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont les réels de la forme $x = \frac{\pi}{8} + k \times \pi$ ou $x = -\frac{\pi}{8} + k \times \pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
   Dans l'intervalle $[0; 2\pi]$, les solutions sont $\frac{\pi}{8}$; $\frac{9\pi}{8}$; $\frac{7\pi}{8}$; $\frac{15\pi}{8}$