2de GT1 – mathématiques
Correction du travail à distance n°4 pour le mardi 14 avril 2020.

Exercice 1 (21 page 96)

1. $4x = \frac{1}{3}$ ssi $x = \frac{1}{3 \times 4}$ ssi $x = \frac{1}{12}$. La solution est $\frac{1}{12}$.
2. $\frac{2}{5}x = 3$ ssi $x = 3 \times \frac{5}{2}$ ssi $x = \frac{15}{2}$. La solution est $\frac{15}{2}$.
3. $\frac{3}{7}x = \frac{2}{9}$ ssi $x = \frac{2}{9} \times \frac{7}{3}$ ssi $x = \frac{14}{27}$. La solution est $\frac{14}{27}$.

Exercice 2 (22 page 96)

1. $8x - 3 = -5x - 4$ ssi $8x + 5x = -4 + 3$ ssi $13x = -1$. C'est vrai.
2. $\frac{x-3}{2x-1} = 0$ ssi $(x - 3 = 0$ et $2x - 1 \neq 0)$ ssi $x = 3$.
   Ce n'est pas équivalent à $2x - 1 = 0$ (qui revient à $x = \frac{1}{2}$).
3. $x^2 - 16 = 0$ ssi $(x - 4)(x + 4) = 0$ ssi $(x = 4$ ou $x = -4)$.
   Ce n'est pas équivalent à $x = 4$.

Exercice 3 (23 page 96)

1. $(7x + 14)(-x - 3) = 0$ ssi $(7x + 14 = 0$ ou $-x - 3 = 0)$ ssi $(x = -2$ ou $x = -3)$.
   Les solutions sont -3 et -2.
2. $x^2 - 16 = 0$ ssi $(x - 4)(x + 4) = 0$ ssi $(x = 4$ ou $x = -4)$.
   Les solutions sont -4 et 4.
3. $4x^2 = 9$ ssi $4x^2 - 9 = 0$ ssi $(2x - 3)(2x + 3) = 0$ ssi $(2x - 3 = 0$ ou $2x + 3 = 0)$
   ssi $(x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{3}{2})$. $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$
4. $x(x + 1)(1 - 2x) = 0$ ssi $(x = 0$ ou $x + 1 = 0$ ou $1 - 2x = 0)$ ssi $(x = 0$ ou $x = -1$ ou $x = \frac{1}{2})$.
   Les solutions sont 0, -1 et $\frac{1}{2}$.

Exercice 4 (26 page 96)

1. Étudions si 1 et -1 sont solutions de l'équation $x^3 - x = 0$.
   $1^1 - 1 = 1 - 1 = 0$, et $(-1^3 - (-1) = -1 + 1 = 0$.
   Donc 1 et -1 sont solutions de cette équation.
2. Peut-on en déduire que l'ensemble solution est $\{-1; 1\}$? Justifier.
   La question 1 prouve seulement que 1 et -1 font partie des solutions, mais il peut y en avoir d'autres.
   On factorise pour démarrer la résolution.
   $x^3 - x = 0$ ssi $x(x^2 - 1) = 0$ ssi $x(x - 1)(x + 1) = 0$ ssi $(x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = -1)$.
   L'ensemble des solutions est $S = \{-1; 0; 1\}$.

Exercice 5 (30 page 96)

$E(x) = (3x - 7) + (3x - 7)(2x - 4)$

1. Factoriser $E(x)$.
   $E(x) = (3x - 7)[1 + 2x - 4] = (3x - 7)(2x - 3)$.
2. Résolvons l'équation $E(x) = 0$.
   $E(x) = 0$ ssi $(3x - 7)(2x - 3) = 0$ ssi $(3x - 7 = 0$ ou $2x - 3 = 0)$ ssi $(x = \frac{7}{3}$ ou $x = \frac{3}{2})$.
   Les solutions sont $\frac{7}{3}$ et $\frac{3}{2}$.

Exercice 6 (88 page 104)

1. $(6x + 1)x = (3x + 2)(6x + 1)$ ssi $(6x + 1)x - (3x + 2)(6x + 1) = 0$ ssi $(6x + 1)[x - (3x + 2)] = 0$
   ssi $(6x + 1)(-2x - 2) = 0$.
   Un produit de facteurs est nul ssi l'un des facteurs est nul.

Donc $(6x+1)(-2x-2)=0$ ssi $(6x+1=0$ ou $-2x-2=0)$ ssi $(x=-\dfrac{1}{6}$ ou $x=-1)$.
Les solutions sont $-\dfrac{1}{6}$ et -1.

2. $(2x-1)^2=(x+2)^2$ ssi $(2x-1)^2-(x+2)^2=0$.
Avec l'identité remarquable $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, cela équivaut à
$[2x-1+x+2]\times[2x-1-(x+2)]=0$, ssi $(3x+1)(x-3)=0$ ssi $(3x+1=0$ ou $x-3=0)$ ssi $(x=-\dfrac{1}{3}$ ou $x=3)$.
Les solutions sont $-\dfrac{1}{3}$ et 3.

3. $(2x-1)(x+5)=4x^2-1$ ssi $(2x-1)(x+5)-(4x^2-1)=0$
ssi $(2x-1)(x+5)-(2x-1)(2x+1)=0$ ssi $(2x-1)[x+5-(2x+1)]=0$.
ssi $(2x-1)(-x+4)=0$ ssi $(2x-1=0$ ou $-x+4=0)$ ssi $(x=\dfrac{1}{2}$ ou $x=4)$.
Les solutions sont $\dfrac{1}{2}$ et 4.

Exercice 7 (92 page 105)

1. Montrons que pour tout $x\neq -2$, $x-2-\dfrac{5}{x+2}=\dfrac{x^2-9}{x+2}$.
On va mettre au même dénominateur à partir de l'expression à gauche du signe égal.
Soit $x\neq -2$.
$x-2-\dfrac{5}{x+2}=\dfrac{(x-2)(x+2)-5}{x+2}=\dfrac{x^2-4-5}{x+2}=\dfrac{x^2-9}{x+2}$.

2. Résolution de l'équation $x-2-\dfrac{5}{x+2}=0$.
C'est équivalent à $\dfrac{x^2-9}{x+2}=0$.
On rappelle que $\dfrac{A}{B}=0$ ssi $(A=0$ et $B\neq 0)$.
Donc, pour $x\neq -2$, c'est équivalent à $x^2-9=0$, ssi $x^2=9$ ssi $(x=3$ ou $x=-3)$.
On remarque que 3 et -3 sont différents de -2, on peut donc garder ces deux solutions.
$S=\{-3;3\}$

Exercice 8 (102 page 106)

Trouver deux nombres entiers tels que leur différence est égale à 90 et leur quotient est égal à $\dfrac{5}{2}$.
Notons x et y de tels nombres, x étant le plus grand des deux $(x>y)$.
L'énoncé se traduit alors par $x-y=90$ et $\dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{2}$.
Par produit en croix, il vient alors $2x=5y$, et de la première équation on tire $x=y+90$.
En remplaçant dans l'égalité 2x=5y, on obtient $2(y+90)=5y$, puis $2y+180=5y$, et donc $3y=180$ puis $y=60$.
Comme $x=y+90$, il vient alors $x=60+90=150$.
Vérification : avec $x=150$ et $y=60$, on a bien $x-y=90$, et $\dfrac{x}{y}=\dfrac{150}{60}=\dfrac{15}{6}=\dfrac{5}{2}$.
Les nombres cherchés sont donc 150 et 60.

Exercice 9 (104 page 106)

Quel nombre entier x faut-il ajouter au numérateur et au dénominateur de la fraction $\dfrac{3}{7}$ pour obtenir $\dfrac{7}{3}$?
Soit x un tel nombre. L'énoncé se trauit par l'équation $\dfrac{3+x}{7+x}=\dfrac{7}{3}$.
Par produit en croix, il vient alors $3(3+x)=7(x+7)$, soit $3x+9=7x+49$, puis $4x=-40$ et enfin $x=-10$.
Vérification :
$\dfrac{3-10}{7-10}=\dfrac{-7}{-3}=\dfrac{7}{3}$.
L'entier cherché est donc $x=-10$.