NOM : /12/2024
Prénom :

BTS CRSA2. Interrogation de mathématiques n° 4

Exercice 1 (2 points)
Compléter directement sur l'énoncé.
La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[a;b]$.

1. Pour tous réels u et v appartenent à $[a;b]$ avec $u < v$, on a $P(u < X < v) = \ldots$
2. $E(X) = \ldots$
3. $V(X) = \ldots$
4. $\sigma(X) = \ldots$

Exercice 2 (3 points)
On se propose de résoudre le système $\left\{\begin{array}{rcl} x - y + 0,3z & = & 4 \\ 3x + 2y - 0,1z & = & -3 \\ 2x + 11y + 0,8z & = & 81 \end{array}\right.$
à l'aide de matrices.

1. Préciser des matrices A, X et B de sorte le système soit équivalent à $AX = B$.
2. En déduire la résolution du système.

Exercice 3 (10 points)
Paul se rend à son travail en transports en commun. On note T la variable alétoire égale à la durée, exprimée en minutes, du trajet entre son domicile et son lieu de travail.
On suppose que T suit la loi uniforme sur $[15;30]$.

1. (a) Donner l'expression de la fonction de densité de la loi suivie par T sur $[15;30]$.
   (b) Calculer $P(17 < T < 23)$, et $P(T \leqslant 24)$.
   (c) Calculer $E(T)$. Interpréter.
   (d) Montrer que la probabilité qu'il mette plus de 27 minutes pour se rendre au travail est de 0,2.
2. On suppose que la durée d'un trajet est indépendante de celle des autres trajets.
   Paul se rend au travail tous les jours du lundi au vendredi.
   Sur une période de 6 semaines de travail, On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de jours de travail pour lesquels le temps de trajet a été supérieur à 27 minutes.
   (a) Justifier que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,2$.
   (b) Quelle est la probabilité qu'au plus 5 trajets aient duré plus de 27 minutes ?
   (c) En moyenne, sur 6 semaines de travail, combien de trajets ont une durée supérieure à 27 minutes ? Justifier.

Exercice 4 (3 points)
Soit X suivant la loi normale $\mathcal{N}(11;4)$ de moyenne 11 et d'écart-type 4. Arrondir à 10^{-3}. Aucune justification n'est demandée.

1. $P(11 < X < 15) \approx$
2. $P(X \geqslant 13) \approx$
3. $P(4 \leqslant X) \approx$
4. $P(X \in [3;19]) \approx$
5. Le réel a tel que $P(11 - a < X < 11 + a) = 0,8$ est
   $a \approx$

Exercice 5 (2 points)
Une entreprise de transport a un parc total de 200 camions.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque camion tiré au hasard dans le parc, associe la distance qu'il a parcourue en une journée en kilomètres. On admet que cette variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne 150 et d'écart-type 25. Arrondir à 10^{-3} près.

1. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure, un jour donné, une distance comprise entre 130 et 170 kilomètres.
2. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure, un jour donné, une distance supérieure à 200 kilomètres.

NOM : /12/2024
Prénom :

BTS CRSA2. Interrogation de mathématiques n° 4 bis

Exercice 6 (2 points)
Compléter directement sur l'énoncé.
La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[a;b]$ (avec $a<b$).

1. Pour tous réels u et v appartenent à $[a;b]$ avec $u<v$, on a $P(u<X<v)=\dots$
2. $E(X)=\dots$

Exercice 7 (3 points)
On se propose de résoudre le système $\left\{\begin{array}{rcl} 5x+y+2z & = & 39 \\ x+0,2y-z & = & -2 \\ 2x-0,5y+4z & = & 29 \end{array}\right.$ à l'aide de matrices.

1. Préciser des matrices A, X et B de sorte le système soit équivalent à $AX=B$.
2. En déduire la résolution du système.

Exercice 8 (10 points)
Paul se rend à son travail en transports en commun. On note T la variable alétoire égale à la durée, exprimée en minutes, du trajet entre son domicile et son lieu de travail.
On suppose que T suit la loi uniforme sur $[10;30]$.

1. (a) Donner l'expression de la fonction de densité de la loi suivie par T sur $[10;30]$.
   (b) Calculer $P(17<T<23)$, et $P(T\leqslant 24)$.
   (c) Calculer $E(T)$. Interpréter.
   (d) Montrer que la probabilité qu'il mette plus de 27 minutes pour se rendre au travail est de 0,15.
2. On suppose que la durée d'un trajet est indépendante de celle des autres trajets.
   Paul se rend au travail tous les jours du lundi au vendredi.
   Sur une période de 3 semaines de travail, On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de jours de travail pour lesquels le temps de trajet a été supérieur à 27 minutes.
   (a) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres et préciser les paramètres n et p.
   (b) Quelle est la probabilité qu'au plus 5 trajets aient duré plus de 27 minutes ?
   (c) En moyenne, sur 3 semaines de travail, combien de trajets ont une durée supérieure à 27 minutes ? Justifier.

Exercice 9 (3 points)
Soit X suivant la loi normale $\mathcal{N}(12;3)$ de moyenne 12 et d'écart-type 3. Arrondir à 10^{-3}. Aucune justification n'est demandée.

1. $P(11<X<15)\approx$
2. $P(X\geqslant 13)\approx$
3. $P(4\leqslant X)\approx$
4. $P(X\in[3;19])\approx$
5. Le réel a tel que $P(12-a<X<12+a)=0,9$ est
   $a\approx$

Exercice 10 (2 points)
Une entreprise de transport a un parc total de 200 camions.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque camion tiré au hasard dans le parc, associe la distance qu'il a parcourue en une journée en kilomètres. On admet que cette variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne 145 et d'écart-type 35. Arrondir à 10^{-3} près.

1. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure, un jour donné, une distance comprise entre 130 et 170 kilomètres.
2. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure, un jour donné, une distance supérieure à 200 kilomètres.