

Devoir commun de mathématiques n° 1

Exercice 1 (7 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. On appelle \mathcal{P} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

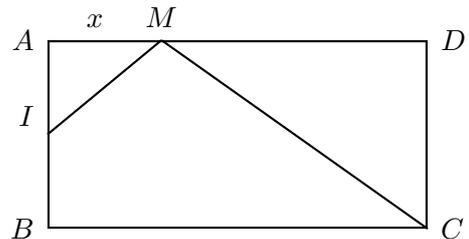
1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{P} avec l'axe des abscisses.
2. Étudier le signe de f sur \mathbf{R} .
3. Soit (d) la droite d'équation $y = 2x - 3$.
 - a) Déterminer les points d'intersection de \mathcal{P} et de (d) .
 - b) Étudier les positions relatives de \mathcal{P} et de (d) .
4. Pour tout nombre réel p , on considère la droite (\mathcal{D}_p) d'équation $y = 2x + p$. Déterminer algébriquement le nombre de points d'intersection de (\mathcal{D}_p) et \mathcal{P} suivant les valeurs de p .

Exercice 2 (question de cours, 2,5 points)

Donner le sens de variation de la fonction racine carrée sur $[0; +\infty[$, puis démontrer ce résultat.

Exercice 3 (5 points)

$ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = 1$ et $AD = 2$.
 I est le milieu de $[AB]$.
 Pour tout point M du segment $[AD]$, on pose $AM = x$.



1. Quelles valeurs peut prendre x ?
2. On pose $f(x) = MI^2 + MC^2$. Justifier que $f(x) = 2x^2 - 4x + \frac{21}{4}$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
4. On se propose de déterminer les valeurs de x pour lesquelles le triangle IMC est rectangle en M .
 - a) Montrer que le triangle IMC est rectangle si, et seulement si, $f(x) = \frac{17}{4}$.
 - b) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles le triangle IMC est rectangle.

Exercice 4 (3,5 points)

1. Écrire les nombres réels suivants sans valeur absolue : $|\pi - 3|$ et $|1 - \sqrt{3}|$.
2. Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = |x + 3|$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
 - a) Exprimer $f(x)$ sans le symbole de valeur absolue, puis tracer \mathcal{C} en justifiant votre graphique.
 - b) Résoudre graphiquement l'équation $|x + 3| = 2$.

Exercice 5 (3 points)

Soient m et p deux nombres réels. On considère l'équation du second degré suivante :

$$mx^2 - p = 0$$

Voici un algorithme permettant de résoudre cette équation sur \mathbf{R} en fonction des paramètres m et p . Recopier cet algorithme puis compléter les pointillés.

Variable(s)

| m, p : nombres réels

Début

Saisir la valeur de m

Saisir la valeur de p

Si $m = 0$ **Alors**

Si $p = 0$ **Alors**

 | Afficher

Sinon

 | Afficher

FinSi

Sinon

Si $p = 0$ **Alors**

 | Afficher est l'unique solution

Sinon

Si $\frac{p}{m} > 0$ **Alors**

 | Afficher l'équation a deux solutions : et

Sinon

 | Afficher

FinSi

FinSi

FinSi

Fin

Question bonus 1 (2 points) Résoudre sur \mathbf{R} l'inéquation $3x > \frac{1}{x+1}$.

Question bonus 2 (1 point) Si un nombre réel x vérifie $x^2 - 4x + 2 = 0$, que vaut $x + \frac{2}{x}$?