NOM : Jeudi 25/03/2021
Prénom :

1re G. Interrogation n° 9
Sujet 2

Exercice 1 (cours, 3 points)
Compléter sur l'énoncé :

1. Compléter la formule du cosinus sur le produit scalaire.
   Soient A, B, et C trois points distincts du plan.
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ .....
2. Expression du produit scalaire en repère orthonormé.
   Soient $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$ deux vecteurs dans un repère orthonormé du plan.
   $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} =$ .....
3. Énoncer les deux expressions du produit scalaire avec les normes.
   .....
   .....
   .....
   .....
4. Donner la formule de l'espérance $E(X)$ et celle de la variance $V(X)$ d'une variable aléatoire X dont les valeurs sont x_1, x_2, ..., x_k et les probabilités respectives p_1, p_2, ..., p_k.
   $E(X) =$ .....
   $V(X) =$ .....

Exercice 2 (3 points)
Les questions sont indépendantes.
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Justifier.

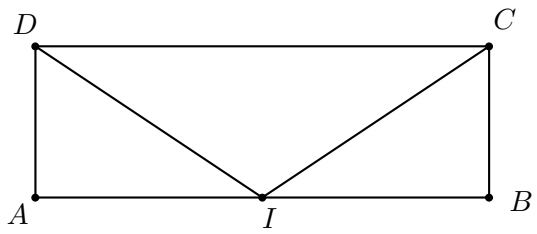
1. $AB = 6$, $AC = 7$ et $\widehat{BAC} = \dfrac{5\pi}{6}$.
2. ABC est un triangle isocèle rectangle en C, et de base $AB = 12$.
3. Le triangle ABC est tel que $AB = 7$, $BC = 4$, et $AC = 6$.

Exercice 3 (3 points)
Soit $ABCD$ un losange de centre O, tel que $AC = 6$ et $BD = 8$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$. Justifier.
2. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. Justifier.

Exercice 4 (2 points)
Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2;3)$, $B(-4;2)$, $C(1;-1)$, et $D(a;-3)$ où a est un nombre réel. Déterminer a pour que les droites (AB) et (CD) soient perpendiculaires.

Exercice 5 (5 points)
Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ et $AD = 2$.
On note I le milieu de $[AB]$.



1. Calculer, en justifiant la réponse, les produits scalaires :
   $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{CB}$ $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{IC}$
2. (a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{IC}$.
   (b) En déduire la valeur exacte de $\cos(\widehat{CID})$ puis la mesure de l'angle $\widehat{CID}$ à un degré près.

Exercice 6 (4 points)
Une roue de loterie est partagée en 2 secteurs verts, 5 secteurs blancs et n secteurs rouges ($n > 0$).
Après avoir misé 10 €, un joueur fait tourner la roue devant un repère fixe.
Chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter devant ce repère.

— Si le secteur est vert, le joueur reçoit 40 € ;
— Si le secteur est blanc, il récupère sa mise ;
— Si le secteur est rouge, il perd sa mise.

Soit X_n la variable aléatoire égale au gain du joueur (en tenant compte de la mise).

1. Déterminer la loi de probabilité de X_n.
2. Montrer que $E(X_n) = \dfrac{-10n + 60}{n + 7}$.
3. L'organisateur rentre dans ses frais si $E(X_n) \leqslant -2$. Déterminer le nombre minimal de secteurs rouges qu'il doit prévoir pour ne pas perdre d'argent.