Correction du dm n° 12

Exercice 1 (135 p 181)

Donner la mesure principale de chacune des mesures suivantes d'angles orientés.

1. $\dfrac{42\pi}{4} = \dfrac{21\pi}{2}$.
   $2\pi = \dfrac{4\pi}{2}$.
   On cherche le multiple de 4 le plus proche de 21.
   $\dfrac{21\pi}{2} = \dfrac{20\pi}{2} + \dfrac{\pi}{2} = 5 \times 2\pi + \dfrac{\pi}{2}$.
   $\boxed{\text{Comme } \dfrac{21\pi}{2} = \dfrac{\pi}{2} \quad [2\pi], \text{ et } \dfrac{\pi}{2} \in]-\pi;\pi], \text{ la mesure principale est } \dfrac{\pi}{2}.}$

2. $-\dfrac{75\pi}{2}$.
   $2\pi = \dfrac{4\pi}{2}$.
   On cherche le multiple de 4 le plus proche de -75.
   $-\dfrac{75\pi}{2} = -\dfrac{76}{2} + \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{\pi}{2} - 19 \times 2\pi$.
   $\boxed{\text{Comme } \dfrac{-75\pi}{2} = \dfrac{\pi}{2} \quad [2\pi], \text{ et } \dfrac{\pi}{2} \in]-\pi;\pi], \text{ la mesure principale est } \dfrac{\pi}{2}.}$

3. $\dfrac{430\pi}{5} = 86\pi = 43 \times 2\pi$.
   $\boxed{\text{Donc } \dfrac{430\pi}{5} = 0 \quad [2\pi], \text{ et la mesure principale est } 0.}$

Exercice 2 (139 p 181)

Exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ les réels suivants :

$\sin(7\pi + x) = \sin(6\pi + \pi + x) = \sin(\pi + x) = -\sin x$.

$\cos(13\pi + x) = \cos(12\pi + \pi + x) = \cos(\pi + x) = -\cos(x)$.

$\sin\left(x - \dfrac{3\pi}{2}\right) = \sin(x + \dfrac{\pi}{2}) = \cos x$.

$\sin(-3\pi - x) = \sin(\pi - x) = \sin(x)$.

$\cos(\pi + x) + \sin(\pi - x) = -\cos(x) + \sin x$.

Exercice 3 (96 p 179)

Calculer les expressions sans calculatrice.

$A = \sin\dfrac{3\pi}{8} + \sin\dfrac{5\pi}{8} + \sin\dfrac{11\pi}{8} + \sin\dfrac{13\pi}{8}$.

$2\pi = \dfrac{16\pi}{8}$, donc

$\sin\dfrac{11\pi}{8} = \sin(2\pi - \dfrac{5\pi}{8}) = \sin(-\dfrac{5\pi}{8}) = -\sin\dfrac{5\pi}{8}$.

De même,

$\sin\dfrac{13\pi}{8} = \sin(2\pi - \dfrac{3\pi}{8}) = \sin(-\dfrac{3\pi}{8}) = -\sin\dfrac{3\pi}{8}$.

$\boxed{\text{Donc } A = \sin\dfrac{3\pi}{8} + \sin\dfrac{5\pi}{8} - \sin\dfrac{5\pi}{8} - \sin\dfrac{3\pi}{8} = 0.}$

$B = \cos\dfrac{\pi}{10} + \cos\dfrac{2\pi}{5} + \cos\dfrac{3\pi}{5} + \cos\dfrac{9\pi}{10}$.

$\cos\dfrac{9\pi}{10} = \cos(\pi - \dfrac{\pi}{10}) = -\cos\dfrac{\pi}{10}$.

De même, $\cos\dfrac{3\pi}{5} = \cos(\pi - \dfrac{2\pi}{5}) = -\cos\dfrac{2\pi}{5}$.

$\boxed{\text{Donc } B = 0.}$