

Exercice 1 (48 p 84)

Étudier si x et y ont la même image sur le cercle trigonométrique. x et y ont la même image sur le cercle ssi $x - y$ est un multiple de 2π .

1. $x = \frac{2\pi}{7}$ et $y = \frac{-20\pi}{7}$.
 $x - y = \frac{2\pi}{7} + \frac{20\pi}{7} = \frac{22}{7} \times \pi$, qui n'est pas un multiple de 2π ($\frac{22}{7}$ n'est pas entier).
x et y n'ont pas la même image sur le cercle.

2. $x = -\frac{17\pi}{4}$ et $y = \frac{15\pi}{4}$.
 $x - y = -\frac{17\pi}{4} - \frac{15\pi}{4} = \frac{32\pi}{4} = 8\pi = 4 \times 2\pi$.
x et y ont la même image sur le cercle.

3. $x = \frac{7\pi}{9}$ et $y = \frac{52\pi}{9}$.
 $x - y = \frac{7\pi}{9} - \frac{52\pi}{9} = -\frac{45\pi}{9} = -5\pi$, qui n'est pas un multiple de 2π (car -5 est impair).
x et y n'ont pas la même image sur le cercle.

Exercice 2 (50 p 84)

Déterminer la mesure principale d'un angle dont une mesure est :

1. $\frac{55}{6}$.
 Notons $\alpha = -\frac{55}{6} + k \times 2\pi$ la mesure principale.
 On cherche l'entier k tel que : $-\pi < -\frac{55}{6} + k \times 2\pi \leq \pi$.
 On a $-\pi + \frac{55\pi}{6} < k \times 2\pi \leq \pi + \frac{55\pi}{6}$.
 donc $\frac{49\pi}{6} < k \times 2\pi \leq \frac{61\pi}{6}$, et $\frac{49}{12} < k \leq \frac{61}{12}$, soit $4,08 < k \leq 5,08$.
 L'entier cherché est donc $k = 5$.
 Ainsi, $\alpha = -\frac{55\pi}{6} + 5 \times 2\pi = \frac{5\pi}{6}$, qui est bien dans $] -\pi; \pi]$.

La mesure principale est $\frac{5\pi}{6}$.

2. $-\frac{135\pi}{4}$.
 On cherche l'entier k tel que : $-\pi < -\frac{135\pi}{4} + k \times 2\pi \leq \pi$.
 On a $-\pi + \frac{135\pi}{4} < k \times 2\pi \leq \pi + \frac{135\pi}{4}$.
 donc $\frac{131\pi}{4} < k \times 2\pi \leq \frac{139\pi}{4}$, et $\frac{131}{8} < k \leq \frac{139}{8}$, soit environ $16,4 < k \leq 17,4$.

L'entier cherché est donc $k = 17$.
 Ainsi, $\alpha = -\frac{135\pi}{4} + 17 \times 2\pi = -\frac{135\pi}{4} + \frac{4 \times 34\pi}{4} = \frac{-135\pi + 136\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$,
 qui est bien dans $] -\pi; \pi]$.
La mesure principale est $\frac{\pi}{4}$.

3. $\frac{47\pi}{3}$.
 $\frac{47\pi}{3} = \frac{48\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 8 \times \frac{6\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 8 \times 2\pi - \frac{\pi}{3}$.
La mesure principale est $-\frac{\pi}{3} \in] -\pi; \pi]$.

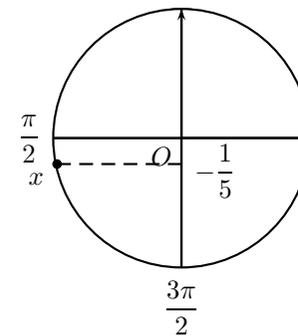
4. -1542π .
 $-1542\pi = -771 \times 2\pi + 0$, et $0 \in] -\pi; \pi]$.
Donc la mesure principale est 0.

5. $\frac{52\pi}{9}$.
 $\frac{52\pi}{9} = \frac{54\pi}{9} - \frac{2\pi}{9} = 3 \times 2\pi - \frac{2\pi}{9}$.
La mesure principale est $-\frac{2\pi}{9}$.

Exercice 3 (61 p 84)

Soit x le réel de l'intervalle $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, tel que $\sin x = -\frac{1}{5}$.

1. Placer l'image de x .



2. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.
 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
 Donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$.
 Ainsi, $\cos x = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ ou bien $\cos x = -\sqrt{\frac{24}{25}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$.
 Comme x appartient à $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, on a $\cos x \leq 0$.
 Finalement, $\cos x = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$.