

## Corrigé du devoir maison n° 11

### Partie A

1.  $f = 30 \ln(u)$  avec  $u$  définie, continue, dérivable et strictement positive sur  $]0 ; 1[$ .  $f$  est donc dérivable sur  $]0 ; 1[$ .

$$\forall x \in ]0 ; 1[ , f'(x) = 30 \times \frac{\frac{20(1-x)+20x}{(1-x)^2}}{\frac{20x}{1-x}} = 30 \times \frac{20}{(1-x)^2} \times \frac{1-x}{20x} = \frac{30}{x(1-x)} > 0$$

$\forall x \in ]0 ; 1[ f'(x) > 0$ , donc  $f$  est strictement croissante sur  $]0 ; 1[$

2. Résolvons les équations  $f(x) = 20$  et  $f(x) = 120$  :

$$f(x) = 20 \iff \ln\left(\frac{20x}{1-x}\right) = \frac{2}{3} \iff \frac{20x}{1-x} = e^{\frac{2}{3}} \iff x(20 + e^{\frac{2}{3}}) = e^{\frac{2}{3}} \iff x = \frac{e^{\frac{2}{3}}}{20 + e^{\frac{2}{3}}} = \alpha \approx 0,09$$

$$f(x) = 120 \iff \ln\left(\frac{20x}{1-x}\right) = 4 \iff \frac{20x}{1-x} = e^4 \iff x(20 + e^4) = e^4 \iff x = \frac{e^4}{20 + e^4} = \beta \approx 0,73$$

$f$  étant strictement croissante,  $20 \leq f(x) \leq 120 \iff \alpha \leq x \leq \beta$  avec  $\alpha \approx 0,09$  et  $\beta \approx 0,73$

Donc le diamètre d'un tronc est entre 9 et 73 cm.

### Partie B

1. (a) le nombre 0,245 dans la cellule D3 est la moyenne annuelle de croissance en mètres entre les âges de 70 et 80 ans :  $\frac{18,05 - 15,6}{10} = \frac{2,45}{10} = 0,245$ .

(b) La formule à entrer dans la cellule C3 afin de compléter la ligne 3 en recopiant la cellule C3 vers la droite est : «  $=(C2-B2)\div(C1-B1)$  »

2. Il faut d'abord déterminer l'âge de l'épicéa.

$$f(0,27) = 30 \ln\left(\frac{5,4}{0,73}\right) \approx 60$$

Un épicéa de 60 ans devrait mesurer 13,40 m si on considère qu'entre 50 et 70 ans la croissance annuelle moyenne est de 0,22 m.

3. (a) On trouve en E3, F3 et G3 0,25, puis 0,24 en H3, les valeurs suivantes étant elles aussi inférieures à 0,25, qui est la plus grande valeur.

Donc la vitesse de croissance moyenne annuelle est maximale entre 80 ans et 95 ans. Ceci nous donne donc l'intervalle d'âges sur lequel la qualité du bois est la meilleure.

- (b) L'âge d'un épicéa de diamètre 70 cm est  $f(0,7) = 30 \ln\left(\frac{14}{0,3}\right) \approx 115$  ans

Il n'est donc pas cohérent de demander aux bûcherons de couper des épicéa de diamètre 70 cm puisque la qualité du bois n'est plus la meilleure.