

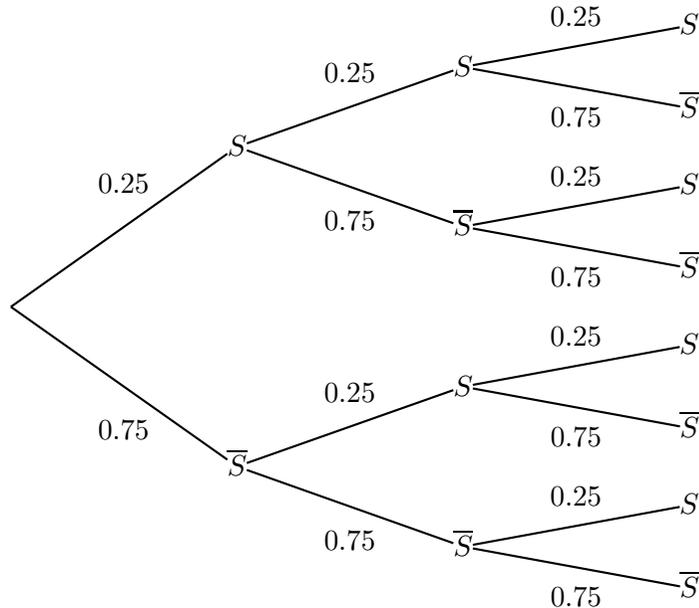
Correction du devoir maison n° 5

Loi binomiale

Exercice 1 (33 page 203)

Un club de natation propose à ses adhérents de venir d'entraîner le lundi, mardi, mercredi, ou jeudi soir. Trois amis choisissent au hasard sans se consulter un soir d'entraînement. Soit X la variable qui prend pour valeurs le nombre d'entre eux qui choisissent le lundi soir.

- Justifier que X suit une loi binomiale, préciser ses paramètres.
On pose comme succès S que la personne choisissent de venir le lundi soir. On répète 3 épreuves de Bernoulli indépendantes de paramètre $p = P(S) = \frac{1}{4}$. La variable X qui compte le nombre de succès suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{1}{4}$.
- Représenter le schéma de Bernoulli par un arbre pondéré.



- Quelles sont les valeurs prises par X ? Pour chaque valeur k , calculer $P(X = k)$.

Les valeurs de X sont 0;1;2;3.

$$P(X = 0) = P(\bar{S}; \bar{S}; \bar{S}) = 0,75^3 = 0,421875.$$

$$P(X = 1) = P(S; \bar{S}; \bar{S}) + P(\bar{S}; S; \bar{S}) + P(\bar{S}; \bar{S}; S)$$

$$P(X = 1) = 3 \times 0,25 \times 0,75^2 = 0,421875.$$

$$P(X = 2) = P(S; S; \bar{S}) + P(S; \bar{S}; S) + P(\bar{S}; S; S).$$

$$P(X = 2) = 3 \times 0,25^2 \times 0,75 = 0,410625.$$

$$P(X = 3) = P(S; S; S) = 0,25^3 = 0,015625.$$

- Déterminer la probabilité qu'au moins deux des trois amis choisissent le lundi.

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0,410625 + 0,015625$$

$$P(X \geq 2) = 0,15625.$$

La probabilité qu'au moins deux des trois amis choisissent le lundi est de 0,15625.

Exercice 2 (SF3 page 187)

On lance une pièce équilibrée 10 fois de suite. On gagne un point si on obtient "pile", on perd un point si l'on obtient "face". On note X la variable aléatoire qui, à chaque issue, associe le nombre de points obtenus. La variable X suit-elle une loi binomiale?

On répète 10 épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre 0,5, mais la variable X ne compte pas le nombre de succès.

Si X suivait une loi binomiale de paramètre n , ses valeurs seraient les entiers $0;1;2;3;\dots;n$.

Or, ici, avec le nombre total de points obtenus, X peut prendre des valeurs négatives, par exemple -10 .

X ne suit pas une loi binomiale.

Exercice 3 (SF4 page 187)

Un employé d'une compagnie de sondage appelle 100 numéros. La probabilité qu'une personne décroche et réponde au sondage est de 0,3. On considère les appels indépendants.

Quelle est la probabilité que l'employé obtienne plus de 50 réponses à son sondage?

La variable X qui compte le nombre de personnes qui décrochent et répondent au sondage suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,3$.

On cherche $P(X > 50)$.

À l'aide de la calculatrice (Casio),

$$P(X > 50) = 1 - P(X \leq 50) = 1 - \text{binomialCD}(50, 100, 0, 3)$$

$$P(X > 50) \approx 9,03 \times 10^{-6}.$$

La probabilité qu'il y ait plus de 50 réponses au sondage est presque nulle, environ $9,03 \times 10^{-6}$.