1STI3 - Mathématiques spécialité
Correction du travail à distance n°6

Exercice 1

Calculer le module des nombres complexes suivants

1. $z_1 = 5 - 3\text{i}$.
   $|z_1| = |5 - 3\text{i}| = \sqrt{5^2 + (-3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$.
2. $z_2 = -4\text{i}$
   $|z_2| = |-4\text{i}| = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = \sqrt{16} = 4$.
3. $z_3 = 1 - \text{i}$
   $|z_3| = |1 - \text{i}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

Exercice 2

Mettre sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants. Justifier

$z_1 = -6 + 6\text{i}$ et $z_2 = 2 - \text{i}\sqrt{3}$.

$|z_1| = |-6 + 6\text{i}| = \sqrt{(-6)^2 + 6^2} = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

Notons θ un argument de z_1.

$\cos\theta = \dfrac{x}{r} = \dfrac{-6}{6\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\theta = \dfrac{y}{r} = \dfrac{6}{6\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

On en déduit que $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$.

Une forme trigonométrique de z_1 est $z_1 = \left[6\sqrt{2}; \dfrac{3\pi}{4}\right]$.

$|z_2| = |1 - \text{i}\sqrt{3}| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2$.

Notons θ un argument de z_2.

$\cos\theta = \dfrac{x}{r} = \dfrac{1}{2}$

$\sin\theta = \dfrac{y}{r} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$.

On en déduit que $\theta = -\dfrac{\pi}{3}$.

Une forme trigonométrique de z_2 est $z_2 = \left[2; -\dfrac{\pi}{3}\right]$.

Exercice 3

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants donnés sous forme trigonométrique.

$z_1 = \left[5; \dfrac{5\pi}{6}\right]$ et $z_2 = \left[4; \dfrac{\pi}{3}\right]$.

$z_1 = 5(\cos\dfrac{5\pi}{6} + \text{i}\sin\dfrac{5\pi}{6}) = 5(-\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \text{i} \times \dfrac{1}{2}) = -\dfrac{5\sqrt{3}}{2} + \dfrac{5}{2}\text{i}$.

$$z_2 = 4(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}) = 4(\frac{1}{2} + \mathrm{i} \times \frac{\sqrt{3}}{2}) = 2 + 2\sqrt{3}\mathrm{i}.$$