NOM : 03/04/2024
Prénom :

BTS. Contrôle n° 9

Exercice 1 (3 points)
Compléter sur l'énoncé.
On considère l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$ et son équation caractéristique $ar^2 + br + c = 0$.
On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.

1. Si $\Delta = 0$, alors l'équation caractéristique admet une racine double $r_0 = -\dfrac{b}{2a}$.
Les solutions de (E_0) sont les fonctions de la forme
$y(t) =$ ....
2. Si $\Delta > 0$, alors l'équation caractéristique admet deux racines réelles $r_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $r_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
Les solutions de (E_0) sont alors les fonctions
$y(t) =$ ....
3. Si $\Delta < 0$, l'équation caractéristique admet deux racines conjuguées $\alpha + \mathrm{i}\beta$ et $\alpha - \mathrm{i}\beta$ avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = \dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2a}$.
Les solutions de (E_0) sont les fonctions de la forme
$y(t) =$ ....

Exercice 2 (3 points)
Résoudre les équations homogènes suivantes.

1. $y'' - 2y' + y = 0$
2. $y'' - 36y = 0$

Exercice 3 (3 points)

1. Résoudre l'équation différentielle $(E) : y'' + 2y' + 17y = 0$.
2. Déterminer la solution particulière f qui vérifie $f(0) = 1$ et $f'(0) = -1$.

Exercice 4 (5 points)
On considère l'équation différentielle (E) :

$$x''(t) - 9x(t) = -10\sin(t)$$

où x est une fonction de la variable réelle t définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre l'équation différentielle $(E_0) : x'' - 9x = 0$.
2. Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = \sin(t)$ soit une solution de (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E).
4. Déterminer la solution x de (E) vérifiant $x(0) = 0$ et $x'(0) = 4$.

Exercice 5 (6 points)
On considère l'équation différentielle (E) :

$$y'' - 3y' + 2y = 5x - 2$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée à (E).
2. Déterminer une fonction affine g solution de (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E).
4. Déterminer la solution dont la courbe représentative passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente de coefficient directeur -2.