

Devoir commun de Mathématiques Première G

Durée 2 heures. Calculatrice autorisée.

Toute réponse devra être justifiée sauf indication contraire de l'énoncé.

Exercice 1 sur 1,5 point

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples.
Vous entourerez la lettre-réponse en rouge sur ce sujet.
Aucune justification n'est demandée.

1	La dérivée de la fonction $f: x \mapsto (-3x^2 + 2)(5 - 4x)$ est :			
	a. $24x$	b. $36x^2 - 30x - 8$	c. $12x^2 - 30x + 8$	d. $21x^2 - 30x + 2$
2	Les solutions de l'inéquation $x^2 - x - 1 \geq 0$ sont :			
	a. $]-\infty; +\infty[$	b. $[-0,62; 1,62]$	c. $]-\infty; -0,62] \cup [1,62; +\infty[$	d. $]-\infty; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}] \cup [\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; +\infty[$
3	Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 1$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. La fonction Python qui retourne en sortie le terme u_n où l'entier n non nul est choisi par l'utilisateur est :			
	a. <pre>def terme_u(n): u=1 for i in range(n+1): u=2*u+1 return(u)</pre>	b. <pre>def terme_u(n): u=1 for i in range(2,n+1): u=2**u+1 return(u)</pre>	c. <pre>def terme_u(n): u=1 for i in range(2,n+1): u=2*u+1 return(u)</pre>	d. <pre>def terme_u(n): u=1 for i in range(1,n+1): u=2*u+1 return(u)</pre>

Exercice 2 sur 6,5 points

Dans une entreprise, on sait que parmi les salariés, les hommes représentent 65% du personnel. D'autre part, 90% des hommes travaillent à temps complet et 30% des femmes travaillent à temps partiel.

On choisit au hasard un nom dans la liste des salariés de cette entreprise.

On considère les évènements H : « Le salarié est un homme » et C : « Le salarié travaille à temps complet ».

Les résultats non exacts seront arrondis à 10^{-3} près.

Partie A :

- Traduire par une phrase l'évènement $C \cap H$ et calculer sa probabilité.
- Réaliser un arbre pondéré illustrant la situation.
- Justifier que $P(C) = 0,83$.
- Calculer $P_C(\bar{H})$. Interpréter le résultat.
- Si le nom choisi est celui d'un salarié à temps partiel, quelle est la probabilité que ce soit celui d'un homme ?
- Les évènements H et C sont-ils indépendants ?

Partie B :

La direction de l'entreprise estime que la proportion de femmes parmi les salariés à temps complet n'est pas suffisante et devrait être de 40%. Il faut alors changer la répartition hommes-femmes de l'entreprise.

On appellera p la proportion de femmes dans l'entreprise.

1. Exprimer en fonction de p , la probabilité que la personne choisie soit une femme et travaille à temps complet.
2. Montrer que la probabilité que la personne choisie travaille à temps complet est égale à $0,9 - 0,2p$
3. Calculer alors la proportion nécessaire de femmes dans l'entreprise pour réaliser cet objectif.

Exercice 3 sur 4 points

La température de l'eau, en °C, dans un radiateur muni d'un thermostat, peut être modélisée par une fonction θ définie par $\theta(t) = 3t^2 - 12t + 40$ où t représente le temps, en heure (avec $t \geq 0$), écoulé depuis le début de l'observation.

1. Ecrire $\theta(t)$ sous forme canonique.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction θ sur $[0; +\infty[$.
3. En déduire la température minimum de l'eau. Elle correspond à la température à partir de laquelle le système de chauffage se remet en marche. A quel instant cela se produit-il ?
4. Résoudre dans $[0; +\infty[$ l'équation $\theta(t) = 55$.
5. Le système de chauffage se coupe lorsque la température de l'eau atteint 55°C. Pendant combien de temps le système de chauffage aura-t-il fonctionné ?

Exercice 4 sur 5,5 points

On considère la fonction f définie sur $] -\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4x-7}{2x-2}$ et on note C_f sa courbe représentative.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f'(x) = \frac{6}{(2x-2)^2}$
2. Montrer qu'il existe deux points de C_f où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = 0,5x + 8$. Donner les abscisses de ces deux points (*on ne demande pas leurs ordonnées*).
3. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 2.
4. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f(x) - \left(\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}\right) = \frac{-3(x-2)^2}{2(x-1)}$
5. En déduire la position relative de la courbe C_f et de la tangente T sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Exercice 5 sur 2,5 points

Un futur employé reçoit sa proposition de salaire d'une entreprise : un salaire annuel de 20 000 € la première année, puis une augmentation chaque année de 800 €.

Pour tout entier naturel n non nul, on note a_n le salaire annuel correspondant à la n -ième année de travail.

Ainsi, on note a_1 le salaire annuel initial.

1. Exprimer pour tout entier naturel n non nul, a_{n+1} en fonction de a_n .
2. En déduire la nature de la suite (a_n) et l'expression de a_n en fonction de n .
3. Quel est le salaire de l'employé la 12^{ième} année ?
4. Quelle est la somme totale perçue par l'employé durant ces 12 années ?