30 p189 $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{uv' - u'v}{v^2}$.

$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ sur $]0;+\infty[$

$u(x) = \sqrt{x}$ $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$v(x) = x+1$ $v'(x) = 1$

$$g'(x) = \frac{\sqrt{x} \times 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \times (x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - \frac{x+1}{2\sqrt{x}}}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{\frac{2\sqrt{x} \times \sqrt{x} - (x+1)}{2\sqrt{x}}}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{\frac{2x - x + 1}{2\sqrt{x}}}{(x+1)^2}$$

http://andrieux.hautetfort.c

$$g'(x) = \frac{(x+1)}{2\sqrt{x}} \times \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{x+1}}{2\sqrt{x} \times (x+1) \times \cancel{(x+1)}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}(x+1)}$$

79 p 158

$$f(x) = \frac{(2x+1)^2}{x-3}$$

sur $]-\infty;3[$ ou $]3;+\infty[$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

$U(x) = (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

$V(x) = x - 3$

$U'(x) = 4 \times 2x + 4 \times 1 + 0 = 8x + 4$

$V'(x) = 1 - 0 = 1$

$$f'(x) = \frac{(8x+4)\times(x-3) - (4x^2+4x+1)\times 1}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{8x^2 - 24x + 4x - 12 - 4x^2 - 4x - 1}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{4x^2 - 24x - 13}{(x-3)^2}$$

Ex:

$f(x) = (3x^2 - 1) \times \sqrt{x}$ sur $]0;+\infty[$

$(U \times V)' = U'V + UV'$

$U(x) = 3x^2 - 1$

$V(x) = \sqrt{x}$

$U'(x) = 3 \times 2x - 0 = 6x$

$V'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x) = 6x \times \sqrt{x} + (3x^2 - 1) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= 6x\sqrt{x} + \frac{3x^2 - 1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{6x\sqrt{x} \times 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{3x^2 - 1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{12x \times x + (3x^2 - 1)}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{15x^2 - 1}{2\sqrt{x}}$$

81 p 109

$f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$(U \times V)' = UV + UV'$

$U(x) = x + \frac{1}{x}$ $\quad U'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

$V(x) = x + \frac{1}{x}$ $\quad V'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

$f'(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \times \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) \times \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= 2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 2\left(x + \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x}\right)$

$= 2\left(x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)$

$= 2\left(x - \frac{1}{x^3}\right)$

$f'(x) = 2x - \frac{2}{x^3}$

$$f'(x) = \frac{2x \times x^3 - 2}{x^3}$$

$$= \frac{2x^4 - 2}{x^3}$$

$$= \frac{2(x^4 - 1)}{x^3}$$

$$\therefore f'(x) = 2 \times \frac{x^4 - 1}{x^3}$$

Ex: $f(x) = \frac{1}{x}$.

Eq de tangente en $a = -2$.

$$y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$$

$f(x) = \frac{1}{x}$ $\qquad$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

$f(-2) = \frac{1}{-2}$ $\qquad$ $f'(-2) = \frac{-1}{(-2)^2} = -\frac{1}{4}$

$$y = -\frac{1}{4}x(x+2) + \frac{1}{-2}$$

$$= -\frac{1}{4}x \quad -\frac{2}{4} \quad -\frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{4}x \quad -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{4}x - 1$$

Partie cours

Exemple

③ $f(x) = \sqrt{2x-10}$ sur $]5;+\infty[$

$$\boxed{\left(g(ax+b)\right)' = a \times g'(ax+b)}$$

Ici,

$ax+b = 2x-10$

$g(x) = \sqrt{x}$ $\qquad g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{2x-10}} = \frac{1}{\sqrt{2x-10}}$$

(4) $f(x) = \sqrt{-4x+12}$ sur $]-\infty;3[$

$ax+b = -4x+12$

$g(x) = \sqrt{x}$ $\quad g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x) = -4 \times \frac{1}{2\sqrt{-4x+12}} = \frac{-2}{\sqrt{-4x+12}}$$

5 $f(x) = (12x+3)^7$

$ax+b = 12x+3$

$g(x) = x^7$

$g'(x) = 7x^6$

$f'(x) = 12 \times 7 \times (12x+3)^6$

$= 84 \times (12x+3)^6$

Partie exercices.

Ex. 78 p 108

$f(x) = \dfrac{3x}{x+2}$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{3}{2}x$

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ ont la même tangente au point d'abscisse 0 ssi

$$\left(f(0) = g(0) \ \underline{\underline{\text{et}}} \ f'(0) = g'(0) \right)$$

Rq : on peut aussi déterminer une équation de tangente en 0 pour f, et pour g.

$$f(0) = \frac{3 \times 0}{0+2} = 0$$

$$g(0) = \frac{1}{2} \times 0^2 + \frac{3}{2} \times 0 = 0.$$

Ensuite,

$$f'(x) = \frac{3(x+2) - 3x \times 1}{(x+2)^2} = \frac{6}{(x+2)^2}$$

$$f'(0) = \frac{6}{(0+2)^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

$$g'(x) = \frac{1}{2} \times 2x + \frac{3}{2} \times 1 = x + \frac{3}{2}$$

$$g'(0) = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

On a bien $f(0) = g(0)$ et $f'(0) = g'(0)$.
Donc $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ ont la même tangente en O.

n°-49

a) $f(x) = (x+1)(x^2+x+2)$

$(u \times v)' = u'v + uv'$

$= -\frac{5}{2}$

$u(x) = x+1$ $\quad u'(x) = 1$

$v(x) = x^2+x+2$ $\quad v'(x) = 2x+1$

$f'(x) = 1 \times (x^2+x+2) + (x+1) \times (2x+1)$

$= x^2+x+2 + 2x^2+x+2x+1$

$= 3x^2+4x+3$

6) $g(t) = (t^3 - t)(2t - 1)$

$(U \times V)' = U'V + UV'$

$U(t) = t^3 - t \qquad U'(t) = 3t^2 - 1$

$V(t) = 2t - 1 \qquad V'(t) = 2 \times 1 - 0 = 2$

$g'(t) = (3t^2 - 1) \times (2t - 1) + (t^3 - t) \times 2$

$= 3t^2 \times 2t - 3t^2 \times 1 - 1 \times 2t - 1 \times -1 + 2 \times t^3 - 2 \times t$

$= 6t^4 - 3t^2 - 2t + 1 + 2t^3 - 2t$

$= 6t^4 + 2t^3 - 3t^2 - 4t + 1$

N_104 p 112

$g(x) = px^3 + qx^2$

$\mathcal{C}_g$ passe par $A(1;-1)$

et T en A est parallèle

à l'axe des abscisses.

On a : $g(1) = -1$

$g'(1) = 0$

$$g(1) = p \times 1^3 + q \times 1^2 = p + q$$

Donc $\boxed{p + q = 1}$

$$g'(x) = p \times 3x^2 + q \times 2x$$

$$g'(1) = 3p + 2q$$

$$\boxed{3p + 2q = 0}$$

Il manque le dernier tableau (je n'ai pas pris la photo!)

On résout le système, on trouve p=-2 et q=3

Donc g(x)=-2x^3+3x^2.