2de. Contrôle de mathématiques n° 3
Correction du Sujet 1

Exercice 1 (10 points)

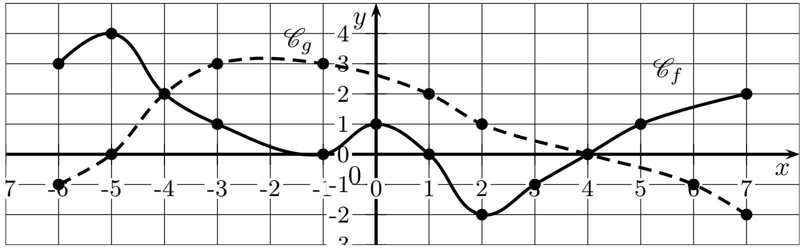
Voici les notes du devoir de mathématiques de la classe de M. Albert.

Note	8	9	10	11	12	13	15
Effectif	5	4	7	1	6	5	3
ECC	5	9	16	17	23	28	31

1. Compléter les effectifs cumulés croissantes (ECC) dans le tableau.
2. Calculer la moyenne $\bar{x}$, arrondie à 10^{-1}.
   L'effectif total est $N = 31$ (dernier ECC).
   $\bar{x} = \dfrac{x_1 n_1 + \dots n_p x_p}{N} = \dfrac{8 \times 5 + \cdots + 15 \times 3}{31} = \dfrac{339}{31} \approx 10,9.$
3. Déterminer la médiane de la série, et interpréter le résultat.
   $N = 31$ est impair. $N = 2 \times 15 + 1 = 15 + 1 + 15$.
   La médiane est la valeur centrale de la série, soit la 16ᵉ valeur. $\boxed{Me = 10}$.
   Au moins la moitié des notes sont inférieures ou égales à 10, et au moins la moitié des notes sont supérieures égales à 10.
4. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3. Interpréter ces résultats.
   $\dfrac{N}{4} = \dfrac{31}{4} = 7,75$. Q_1 est la 8ᵉ valeur. Donc $\boxed{Q_1 = 9.}$
   $\dfrac{3N}{4} = \dfrac{3 \times 31}{4} = 23,25$. Q_3 est la 24ᵉ valeur. Donc $\boxed{Q_3 = 13.}$
   Au moins 25% des notes sont inférieures ou égales à 9.
   Au moins 25% des notes sont inférieures ou égales à 13.
5. À l'aide de la calculatrice, donner l'écart-type σ arrondi au dixième.
   $\boxed{\sigma \approx 2,1}$
6. Déterminer la proportion de valeurs dans $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$.
   $\bar{x} - \sigma \approx 10,9 - 2,1 = 8,8$, et $\bar{x} + \sigma \approx 10,9 + 2,1 = 13$.
   Dans l'intervalle $[8,8; 13]$, il y a $4 + 7 + 1 + 6 + 5 = 23$ valeurs.
   $p = \dfrac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} = \dfrac{23}{31} \approx 0,74$.
   La proportion de valeurs dans $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$ est $\dfrac{23}{31}$ (environ 74%).
7. Dans la classe de Mme Breton, on a obtenu une moyenne de 11,4 et un écart-type de 2,6. Quelle classe a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne ?
   $\sigma_A \approx 2,1$, et $\sigma_B = 2,6$, donc $\sigma_A < \sigma_B$.
   La classe de Mme Breton a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne car l'écart-type y est plus grand.

Exercice 2 (5 points)

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f en trait plein.
La courbe de la fonction g est représentée en pointillés.



Donner sans justification :

1. l'ensemble de définition de f. $\boxed{D=[-6;7]}$
2. l'image de -4 par f. $\boxed{f(-4) = 2}$
3. l'image de 5 par f. $\boxed{f(5) = 1}$
4. les antécédents de 0 par f. Les antécédents de 0 par f sont -5 ; -1 ; 1 et 4.
5. les solutions de l'équation $f(x) = 1$. $\boxed{S = \{-3; 0; 5\}}$
6. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \leqslant 2$. $\boxed{S = [-4; 7]}$
7. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) > g(x)$. $\boxed{[-6; -4[\cup]4; 7]}$

Exercice 3 (3 points)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-4}$.

1. Calculer l'image de $\dfrac{5}{2}$ par f, simplifier le résultat.
   $$f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{2 \times \frac{5}{2} + 1}{\frac{5}{2} - 4} = \frac{5+1}{\frac{5-8}{2}} = \frac{6}{-\frac{3}{2}} = 6 \times \frac{-2}{3} = 2 \times (-2) = -4.$$
2. Rechercher les antécédents de 3 par f.
   On résout l'équation $f(x) = 3$.
   $\dfrac{2x+1}{x-4} = 3$ ssi $2x + 1 = 3(x-4)$ ssi $2x + 1 = 3x - 12$ ssi $x = 13$.
   3 admet un seul antécédent qui est 13.

Exercice 4 (2 points)

1. Compléter le script de la fonction Python `perimetre` qui a deux arguments a et b et qui renvoie le périmètre du rectangle de dimensions a et b.

```
def perimetre(a,b) :
    return(2*a+2*b)
```

2. On considère la fonction Python suivante.

```
def f(x) :
    return(-6*x**2+4*x+1)
```

Qu'obtient-on si l'on écrit dans la console `f(2)` ? Justifier.
f a pour expression $f(x) = -6x^2 + 4x + 1$.
donc $f(2) = -6 \times 2^2 + 4 \times 2 + 1 = -24 + 8 + 1 = -15$.
$\boxed{\text{On obtient } -15.}$

Exercice 5 (bonus, 1 point)
Pierre a 4 fois l'âge de Jules. Il y a 12 ans, Pierre avait 7 fois l'âge de Jules. Quel âge a Jules aujourd'hui ?
Notons x l'âge de Jules aujourd'hui. Celui de Pierre est $4x$.
Il y a 12 ans, Jules avait $x - 12$, et Pierre $4x - 12$.
Ainsi, $4x - 12 = 7(x - 12)$, soit $4x - 12 = 7x - 84$ ssi $3x = 84 - 12$ ssi $3x = 72$, et $x = \dfrac{72}{3} = 24$. $\boxed{\text{Jules a 24 ans.}}$
Vérification : $4x = 4 \times 24 = 96$, Pierre a 96 ans. il y a 12 ans, ils avaient respectivement 12 ans et 84 ans, et on a bien $7 \times 12 = 84$.

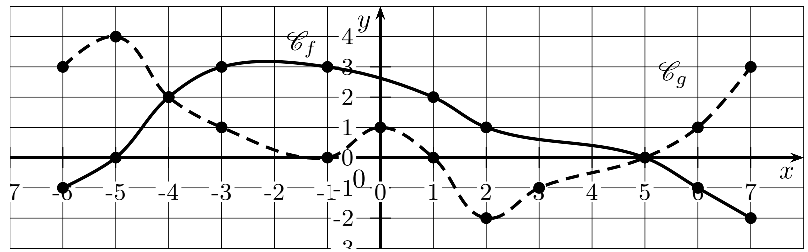
2de. Contrôle de mathématiques n° 3
Réponses du Sujet 2 (sans détail)

Exercice 6 (10 points)
Voici les notes du devoir de mathématiques de la classe de M. Albert.

Note	5	7	10	12	14	15	19
Effectif	2	4	7	5	6	4	2
ECC	2	6	13	18	24	28	30

1. Compléter les effectifs cumulés croissantes (ECC) dans le tableau.
2. Calculer la moyenne $\bar{x}$, arrondie à 10^{-1}. $\boxed{\bar{x} = \dfrac{350}{30} \approx 11,7}$
3. Déterminer la médiane de la série, et interpréter le résultat. $\boxed{Me = 12}$
4. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3. Interpréter ces résultats. $\boxed{Q_1 = 10,\ Q_3 = 14.}$
5. À l'aide de la calculatrice, donner l'écart-type σ arrondi au dixième.
$\boxed{\sigma \approx 3,6}$
6. Déterminer la proportion de valeurs dans $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$.
$[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma] \approx [8,1; 15,3]$, qui contient 22 valeurs. $\boxed{p = \dfrac{22}{30} = \dfrac{11}{15} \approx 73\%}$
7. Dans la classe de Mme Breton, on a obtenu une moyenne de 11,4 et un écart-type de 2,6. Quelle classe a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne ?
$\boxed{\sigma_A > \sigma_B\text{. La classe de M. Albert a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne.}}$

Exercice 7 (5 points)
On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f en trait plein.
La courbe de la fonction g est représentée en pointillés.



Donner sans justification :

1. l'ensemble de définition de f. $\boxed{D_{=}[-6;7]}$
2. l'image de -3 par f. $\boxed{f(-3) = 3}$
3. l'image de 1 par f. $\boxed{f(1) = 2}$
4. les antécédents de 0 par f. $\boxed{\text{Les antécédents de 0 par } f \text{ sont } -5 \text{ et } 5.}$
5. les solutions de l'équation $f(x) = 3$. $\boxed{S = \{-3; -1\}}$
6. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) < 2$. $\boxed{S = [-6; -4[\cup]1; 7]}$
7. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$. $\boxed{[-4; 5]}$

Exercice 8 (3 points)
Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-4}$.

1. Calculer l'image de $\dfrac{11}{2}$ par f, simplifier. $\boxed{f\left(\dfrac{11}{2}\right) = 8}$
2. Rechercher les antécédents de 5 par f. $\boxed{\text{5 a un seul antécédent qui est 7}}$

Exercice 9 (2 points)

1. Compléter le script de la fonction Python `perimetre` qui a deux arguments a et b et qui renvoie le périmètre du rectangle de dimensions a et b.
```
def perimetre(a,b) :
    return(2*a+2*b)
```
2. On considère la fonction Python suivante.
```
def f(x) :
    return(-x**2-7*x+1)
```
Qu'obtient-on si l'on écrit dans la console `f(2)` ? Justifier. $\boxed{f(2) = -17}$

Exercice 10 (bonus, 1 point)
Pierre a 3 fois l'âge de Jules. Il y a 9 ans, Pierre avait 6 fois l'âge de Jules. Quel âge a Jules aujourd'hui ? $\boxed{\text{Jules a 15 ans.}}$