1G. Correction du dm6

Exercice 1 (nº 101 page 210)

Résoudre dans $]0; 2\pi]$ les équations suivantes.

1. $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

   $\boxed{\text{Les solutions sont } \dfrac{\pi}{6} \text{ et } \dfrac{11\pi}{6}.}$

2. $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

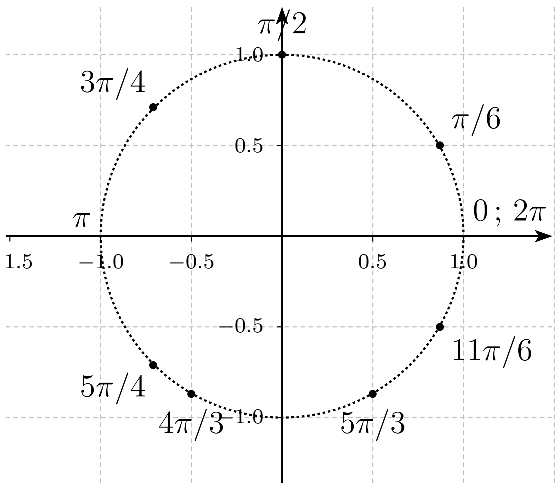
   $\boxed{\text{Les solutions sont } \dfrac{4\pi}{3} \text{ et } \dfrac{5\pi}{3}.}$

3. $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

   $\boxed{\text{Les solutions sont } \dfrac{3\pi}{4} \text{ et } \dfrac{5\pi}{4}.}$

4. $\sin x = 1$.

   $\boxed{\text{L'unique solution est } \dfrac{\pi}{2}.}$

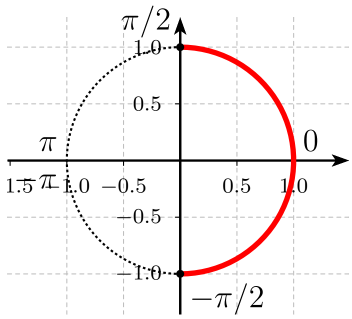


Exercice 2 (nº 102 page 210)

Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ les inéquations suivantes. Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

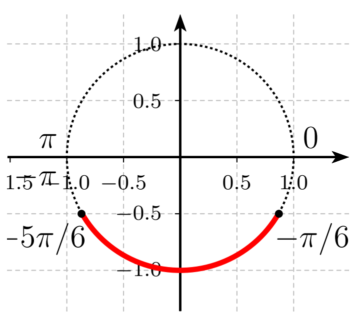
1. $\cos x \geqslant 0$.

   $\boxed{S = \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right].}$



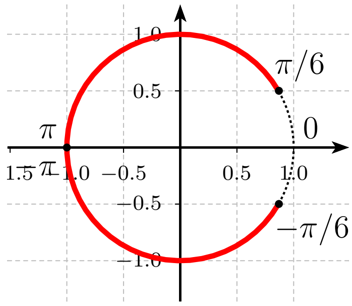
2. $\sin x < -\dfrac{1}{2}$.

   $\boxed{S = \left]-\dfrac{5\pi}{6}; -\dfrac{\pi}{6}\right[.}$



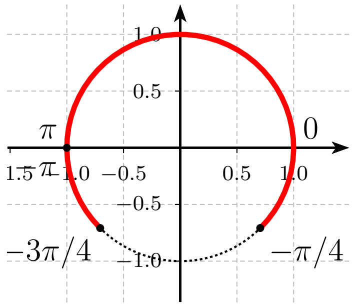
3. $\cos x \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

   $\boxed{S = \left]-\pi; -\dfrac{\pi}{6}\right] \cup \left[\dfrac{\pi}{6}; \pi\right].}$



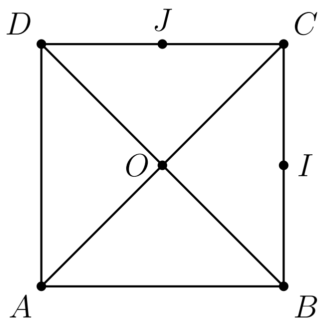
4. $\sin x \geqslant -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

   $\boxed{S = \left]-\pi ; -\dfrac{3\pi}{4}\right] \cup \left[-\dfrac{\pi}{4} ; \pi\right].}$



Exercice 3 (nº 53 page 230)

Soit $ABCD$ un caré de centre O et de côté 5. On note I le milieu de $[BC]$ et J le milieu de $[CD]$



Calculer les produits scalaires suivants.

1. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$.
   Le projeté orthogonal de $\overrightarrow{BD}$ sur la droite (BA) est $\overrightarrow{BA}$.
   Donc $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA} = BA^2 = 5^2 = 25$.
2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2 = 5^2 = 25$.
3. $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BI} = BI^2 = \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{4}$.
4. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.
   Avec la formule du cosinus, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = AC \times BD \times \cos \dfrac{\pi}{2} = AC^2 \times 0 = 0$.
   Dans cette situation, on peut donner le résultat directement, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ car les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont orthogonaux (les diagonales du carré sont perpendiculaires).
5. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$.
   Le projeté orthogonal de O sur (AB) est le milieu de $[AB]$.
   Donc, par projeté, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} \cdot \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} = AB \times \dfrac{1}{2} AB = \dfrac{25}{2}$.
6. $\overrightarrow{CJ} \cdot \overrightarrow{IB} = 0$ car les vecteurs $\overrightarrow{CJ}$ et $\overrightarrow{IB}$ sont orthogonaux.