

Terminale Générale - Devoir n° 1

Sujet 1

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer par récurrence que pour tout entier n , $u_n = \frac{2}{2n+1}$.

Exercice 2

Pour tout entier naturel n , on considère la propriété $P(n)$:

« $4^{2n} + 1$ est divisible par 3. »

1. La propriété $P(n)$ est-elle héréditaire ? Justifier.
2. La propriété $P(n)$ est-elle vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$? Justifier.

Exercice 3

Soit l'ensemble $E = \{a; b; c; d; e; f\}$.

1. k -uplets de E .
 - (a) Donner un exemple de 4-uplet d'éléments de E .
 - (b) Déterminer le nombre de 4-uplets de E .
 - (c) Déterminer le plus petit entier k pour lequel le nombre de k -uplets de E est supérieur ou égal à 100 000.
2. Sous-ensembles de E .
 - (a) Donner un exemple de sous-ensemble de E ayant 4 éléments.
 - (b) Calculer le cardinal de l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ de tous les sous-ensembles de E .

Terminale Générale - Devoir n° 1

Sujet 2

Exercice 4

Soit (V_n) la suite définie par $\begin{cases} V_1 = \frac{1}{3} \\ V_{n+1} = \frac{n+1}{3n} V_n \end{cases}$ pour tout $n \geq 1$

Montrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$, $V_n = \frac{n}{3^n}$.

Exercice 5

Pour tout entier naturel n , on considère la propriété $P(n)$:

« $3^{2n} - 1$ est divisible par 8. »

1. La propriété $P(n)$ est-elle héréditaire ? Justifier.
2. La propriété $P(n)$ est-elle vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$? Justifier.

Exercice 6

Soit l'ensemble $E = \{m; n; o; p\}$.

1. k -uplets de E .
 - (a) Donner un exemple de triplet (ou 3-uplet) d'éléments de E .
 - (b) Déterminer le nombre de 3-uplets de E .
 - (c) Déterminer le plus petit entier k pour lequel le nombre de k -uplets de E est supérieur ou égal à 100 000.
2. Sous-ensembles de E .
 - (a) Donner un exemple de sous-ensemble de E ayant 2 éléments.
 - (b) Calculer le cardinal de l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ de tous les sous-ensembles de E .