

1G. Devoir maison n° 8
À rendre le vendredi 06 mai 2022

Note : il y a des choses dans ce devoir maison qui ne sont pas évidentes, n'hésitez pas à me poser des questions via Pronote si vous en avez durant les vacances, ou à me demander des indications. Nous pourrons faire un point en classe le lundi 02 mai.

Exercice 1

Une urne comprend 5 boules rouges et $n - 5$ boules noires, où $n \geq 5$.

1. Un joueur tire au hasard, successivement et **avec remise** deux boules de l'urne.

(a) Soit A l'événement « les deux boules tirées sont de couleurs différentes ».

En s'aidant d'un arbre, calculer la probabilité $p_n(A)$ de l'événement A .

(b) En étudiant les variations de la fonction f définie sur $[5; +\infty[$ par $f(x) = \frac{10(x-5)}{x^2}$, déterminer pour quelles valeurs de n le joueur a le plus de chances de réaliser A .

2. Un joueur tire au hasard, successivement et **sans remise** deux boules de l'urne.

(a) On note B l'événement « les deux boules tirées sont de couleurs différentes ».

En s'aidant d'un arbre, calculer la probabilité $p_n(B)$ de l'événement B .

(b) Le joueur gagne 2 euros s'il réalise B et perd 1 euro dans le cas contraire.

Soit X le gain algébrique du joueur. Montrer que

$$E(X) = \frac{-n^2 + 31n - 150}{n^2 - n}.$$

Déterminer la composition de l'urne pour que le jeu soit équitable.

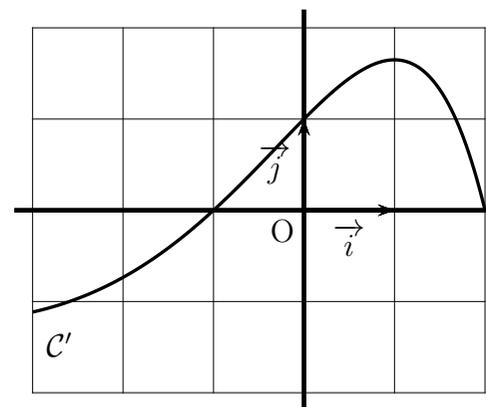
Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère une fonction f dérivable sur l'intervalle $[-3; 2]$.

On dispose des informations suivantes :

- $f(0) = -1$.
- la dérivée f' de la fonction f admet la courbe représentative $\underline{C'}$ ci-dessous.



Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et **justifier la réponse**.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3, -1]$, $f'(x) \leq 0$.
2. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1; 2]$.
3. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3; 2]$, $f(x) \geq -1$.
4. Soit \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f .
La tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées $(1; 0)$.

Exercice 3 (facultatif, pour ceux qui peuvent)

Traiter le TP1 page 327 du livre. Le lièvre et la tortue.