

# Chapitre 3 : Information chiffrée

## I Proportion dans une population

Vocabulaire :

Les éléments qui constituent une population sont les individus de cette population.

Le nombre d'éléments d'une population  $E$  est appelé l'effectif de  $E$ .

Une sous-population  $A$  de  $E$  est une population dont tous les individus sont dans  $E$ . On dit alors que  $A$  est inclus dans  $E$  et on note  $A \subset E$ .

### Définition

Soit  $A$  une sous population d'une population  $E$  non vide.

Notons  $n_A$  l'effectif de  $A$  et  $n_E$  l'effectif de  $E$ .

La proportion (ou fréquence) de  $A$  dans  $E$  est .....

On retiendra :

$$\text{fréquence} = \dots$$

### Remarque

1. Une proportion (fréquence) est un réel compris entre ..... (puisque  $0 \leq n_A \leq n_E$ ).
2. Une proportion peut s'écrire sous forme de fraction, de nombre décimal, ou de pourcentage (parfois en arrondissant).
3. On dira que  $A$  représente  $x$  % de  $E$  si  $\frac{n_A}{n_E} = \frac{x}{100}$ .

### Exercice 1

1. Écrire les proportions sous forme de pourcentage :  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{2}{5}$  ;  $\frac{9}{10}$  ;  $\frac{1}{8}$  ;  $\frac{4}{5}$
2. Écrire les proportions sous forme de pourcentage : 0,02 ; 0,95 ; 0,003 ; 0,25 ; 0,0358
3. Écrire les pourcentages sous forme décimale : 1,5 % ; 10 % ; 0,3 % ; 60 % ; 45,2 %
4. Écrire les proportions sous forme de fraction : 0,02 ; 60 % ; 5 % ; 0,7 ; 0,25

### Remarque

La relation  $p = \frac{n_A}{n_E}$  peut également servir à trouver un effectif.

En particulier, si l'on connaît  $p$  et  $n_E$ , on a  $n_A = p \times n_E$ .

### Exercice 2 (calcul mental)

1. 1% de 428
2. 2 % de 300
3. 5 % de 4000
4. 20 % de 60

### Exercice 3

On interroge un groupe de 500 personnes composé de 60% de femmes. 20% des hommes ne font pas de sport, et 15 % des femmes ne font pas de sport.

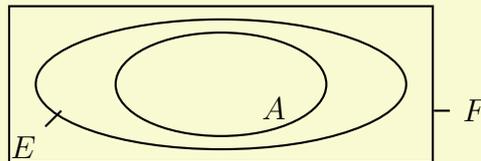
1. Compléter les effectifs dans le tableau.

	Sportifs	Non sportifs	Total
Hommes			
Femmes			
Total			500

2. Déterminer les proportions suivantes, puis interpréter en pourcentage :
- $p_1$  de sportifs sur l'ensemble du groupe,
  - $p_2$  d'hommes sportifs dans le groupe,
  - $p_3$  de femmes parmi les sportifs,
  - $p_4$  d'hommes parmi les non sportifs.

**Propriété (proportions et inclusions successives)**

Soit  $A$  une sous-population de  $E$ , et  $E$  une sous population de  $F$ .



Si  $p$  est la proportion de  $A$  dans  $E$  et  $p'$  celle de  $E$  dans  $F$ , alors la proportion de  $A$  dans  $F$  est  $p \times p'$ .

**Démonstration**

$p \times p' = \dots$

.....

**Exercice 4**

Dans une famille,  $\frac{2}{3}$  des membres sont musiciens, et parmi ces derniers,  $\frac{3}{4}$  jouent du violon. Déterminer la proportion des membres de la famille qui jouent du violon.

## II Taux d'évolution

**Définition**

Soient  $y_1$ , et  $y_2$  deux nombres positifs, avec  $y_1 \neq 0$ .

Le taux d'évolution de  $y_1$  à  $y_2$  est le nombre

$$t = \dots$$

**Remarque**

- L'évolution est une hausse ssi  $\dots$   
L'évolution est une baisse ssi  $\dots$
- Attention en utilisant la calculatrice : pour calculer le taux d'évolution de  $y_1$  à  $y_2$ , on doit taper  $(y_2 - y_1)/y_1$  avec les parenthèses!
- Pour interpréter le résultat en pourcentage, penser à multiplier par 100.
- Un taux d'évolution n'est pas une proportion :
  - une proportion est toujours un nombre entre 0 et 1.
  - un taux d'évolution peut être n'importe quel nombre plus grand que  $-1$ .

**Exercice 5**

Un prix passe de 480 à 420 euros.

Calculer le taux d'évolution, et donner le résultat sous forme de pourcentage.

**Remarque**

La variation absolue de  $y_1$  à  $y_2$  est le nombre  $(y_2 - y_1)$ .

**Exercice 6 (calcul mental)**

Interpréter les taux d'évolution suivants en évolution exprimée en pourcentage. On arrondira à 0,1 % près.

1.  $t = 0,327$
2.  $t = -0,04$
3.  $t = -0,73815$
4.  $t = 2,3658$

**II.1 Coefficient multiplicateur****Définition (et propriété)**

Soient  $y_1$ , et  $y_2$  deux nombres positifs, avec  $y_1 \neq 0$ .

Si  $t$  est le taux de  $y_1$  à  $y_2$ , alors

$$y_2 = \dots$$

On dit que  $c = 1 + t$  est le coefficient multiplicateur pour passer de  $y_1$  à  $y_2$ .

**Démonstration**

$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$ , donc .....

**Remarque**

La formule s'applique aussi dans le cas d'une baisse (où  $t < 0$ ).

Dans le cas d'une hausse,  $c \dots$

Dans le cas d'une baisse,  $c \dots$

**Exercice 7 (calcul mental)**

Donner le taux puis le coefficient multiplicateur associés aux évolutions suivantes :

1. une hausse de 6 %
2. une hausse de 0,35 %
3. une baisse de 12 %
4. une baisse de 7 %

**Remarque**

La formule  $y_2 = (1 + t)y_1$  peut être utilisée lorsqu'on cherche  $y_2$ , mais aussi lorsqu'on cherche  $y_1$ . En effet, pour  $t > -1$ , on a  $y_1 = \frac{y_2}{(1 + t)}$ .

**Exercice 8**

Après une remise de 20%, un article coûte 127,2 euros. Quel était son prix initial ?

**Exercice 9**

Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
480	530			
5000		-0,13		
250				hausse de 22%
7250			0,91	
	1300		1,06	

## II.2 Évolutions successives, taux global

### Théorème

Si une grandeur subit deux évolutions successives de taux  $t_1$  et  $t_2$ , alors le taux d'évolution global  $t_g$  est donné par :

$$1 + t_g = (1 + t_1) \times (1 + t_2)$$

Le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs :

$$c_g = c_1 \times c_2.$$

### Remarque

Attention, pour calculer le taux global  $t_g$ , on a donc

$$t_g = (1 + t_1)(1 + t_2) - 1$$

Exemple :

Un prix augmente de 15 % , puis de 20 %. Calculer le taux d'augmentation global.

$$1 + t_g = (1 + t_1)(1 + t_2)$$

$$1 + t_g = 1,15 \times 1,2$$

$$t_g = 1,15 \times 1,2 - 1$$

$$t_g = 0,38$$

Le prix a globalement augmenté de 38 %.

### Remarque

Attention : en général, le taux global n'est pas la somme des taux des évolutions.

### Exercice 10

Déterminer le taux global d'évolution à l'issue d'une hausse de 40 % suivie d'une baisse de 40%.

## II.3 Taux d'évolution réciproque

### Théorème

Si le taux d'évolution pour passer de  $y_1$  à  $y_2$  est  $t$ , le taux  $t'$  de l'évolution réciproque (qui passe de  $y_2$  à  $y_1$ ) est donné par :

$$1 + t' = \frac{1}{1 + t}$$

On retiendra que les coefficients multiplicateurs sont inverses l'un de l'autre :  $c' = \frac{1}{c}$ .

### Exercice 11

Déterminer l'évolution réciproque d'une baisse de 20 %.