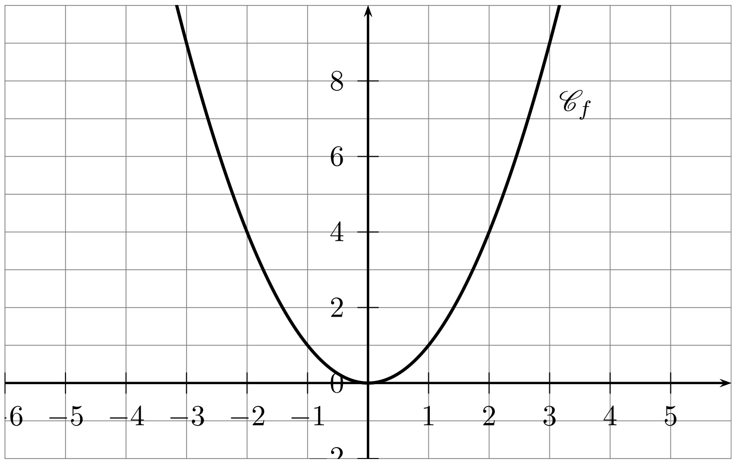
Exercices sur la fonction carré

Exercice 1

Soit f la fonction carré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.



1. Équation $x^2 = 2x$.
   (a) Tracer la courbe de la fonction g définie par $g(x) = 2x$.
   (b) Résoudre graphiquement l'équation $x^2 = 2x$.
   (c) Retrouver le résultat précédent par le calcul.
   (d) Résoudre l'inéquation $x^2 > 2x$ par le calcul et graphiquement.
2. Équation $x^2 + x - 2 = 0$.
   (a) Montrer que $x^2 + x - 2 = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{4}$.
   (b) En déduire la résolution de l'équation $x^2 + x - 2 = 0$ par le calcul.
   (c) Tracer la courbe de la fonction affine $h(x) = -x + 2$ sur le même graphique que la courbe de f.
   (d) Retrouver graphiquement le résultat de la question précédente.
3. Équation $x^2 =$ constante.
   (a) Résoudre les équations $x^2 = 5$ et $x^2 = -2$.
   (b) Soit m un réel (variable). Donner, suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $x^2 = m$.

Exercice 2

Soient $f(x) = x^2$ et $g(x) = -2x - 1$.

1. Tracer $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un même repère.
2. Justifier que les courbes de f et de g n'ont qu'un seul point commun, dont on précisera les coordonnées.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - 2x + 2$. La fonction f est représentée ci-dessous

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -(x+1)^2 + 3$.
2. En déduire la résolution de l'équation $f(x) = 0$ par le calcul.
3. Soit g la fonction affine définie par $g(x) = -x - 4$.
   (a) Tracer dans le même repère la courbe de g.
   (b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - g(x) = (x+3)(2-x)$.
   (c) En déduire le tableau de signe de $f(x) - g(x)$, puis la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. On vérifiera la cohérence de ce résultat avec la graphique.