

NOM : 19 octobre 2023
Prénom :

Terminale STI - Devoir n° 2

Exercice 1 (5 points)

Cédric s'est inscrit au marathon de Paris et souhaite organiser sa préparation sur 17 semaines. Dans son programme hebdomadaire, il prévoit une séance unique de course. Lors de la première semaine, il court 14 km. Chaque semaine, il augmente la distance parcourue de 1,6 km par rapport à la semaine précédente.

Pour tout entier n non nul, on note u_n la distance parcourue la $n^{\text{ième}}$ semaine. Ainsi $u_1 = 14$.

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. Préciser la nature de la suite u_n .
3. Exprimer u_n de fonction de n .
4. Cédric sera-t-il prêt pour le marathon (42,195 km) au bout des 17 semaines d'entraînement ?
5. Quelle distance totale aura-t-il parcourue durant la période de préparation ? Justifier.

Exercice 2 (2,5 points)

1. Écrire les nombres sous la forme a^k où $a > 0$ et $k \in \mathbb{R}$.

$$A = 11^{4,5} \times (11^{-3,1})^2$$

$$B = \frac{6^{5,1} \times 6}{6^5}$$

$$C = \frac{3^{10,6}}{(3^{3,5})^{-3} \times 3^{-1}}$$

2. Écrire sous la forme $a^{k(x)}$ où $a > 0$ et $k(x)$ est une expression de la variable réelle x .

$$D = \frac{25^{x+2} \times 25^{x-7}}{7^{3x-1} \times 7}$$

$$E = \frac{7^{x+1}}{7^{x+1}}$$

Exercice 3 (4 points)

1. Déterminer, en justifiant, le sens de variation des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} .

$$f(x) = 0,4 \times 13^x$$

$$g(x) = -3 \times 0,87^x$$

2. Résoudre les inéquations, et donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle.

$$0,38^x < 0,38^{-3}$$

$$2,1^{-2x+1} > 2,1^{x-9}$$

Exercice 4 (6 points)

En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu en service dans le monde relie la centrale hydro électrique de Xiangjiaba à la ville de Shangai.

Elle mesure environ 1 900 km ; sa puissance électrique initiale est de 6 400 MW.

Lorsque le courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue.

La puissance électrique dans la ligne Xiangjiaba – Shangai au bout des 1 900 km est de 6 045 MW.

1. (a) Calculer le pourcentage des pertes de puissance électrique sur la ligne Xiangjiaba – Shangai (on donnera un arrondi à 0,01 %).
(b) Calculer le taux d'évolution moyen de la puissance électrique aux 100 km.
2. Dans cette question, la puissance électrique (en watt) restant dans une certaine ligne électrique à courant continu au bout de x centaines de kilomètres est donnée par la fonction P définie sur $[0; +\infty[$ par : $P(x) = 6400 \times 0,997^x$.
(a) Montrer que la fonction P est décroissante sur $[0; +\infty[$.
(b) Déterminer, à 100 km près, la longueur maximale d'une ligne pour laquelle la perte de puissance reste inférieure à 7 %.

Exercice 5 (2 points)

Le nombre d'adhérents d'une association a augmenté lors des trois dernières années de 6 %, puis de 1,8 %, et enfin de 11 %. Calculer le taux d'évolution annuel moyen. On arrondira le résultat à 0,1 % près.