NOM : 11/10/2024

Prénom :

BTS CRSA2. Interrogation n° 2

Exercice 1 (4 points)

1. Résoudre l'équation différentielle homogène suivante :

$$2y' + 5y = 0$$

2. En déduire la solution telle que $f(0) = -1$.

Exercice 2 (8 points)

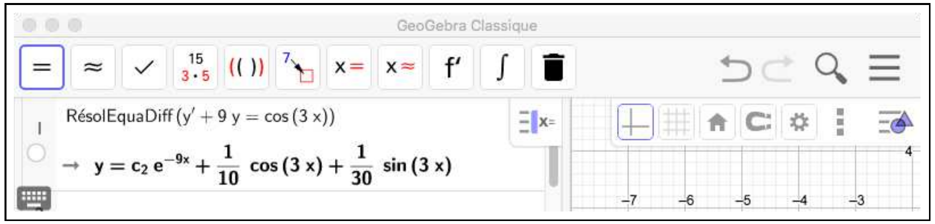
On se propose de résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) :

$$3y' - y = 6\mathrm{e}^{2x}.$$

1. Résoudre l'équation homogène (H) : $3y' - y = 0$.
2. Déterminer une solution particulière de l'équation (E) sous la forme $g(x) = c \times \mathrm{e}^{2x}$, c étant une constante à déterminer.
3. Pour la suite, on admettra que la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{6}{5}\mathrm{e}^{2x}$ est solution particulière de (E). Résoudre l'équation (E).
4. Déterminer la solution f de (E) vérifiant $f(0) = 3$.

Exercice 3 (2 points)

On donne une capture d'écran d'un logiciel de calcul formel.



1. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' + 9y = \cos(3x)$.
2. Déterminer la solution de (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 1$.

Exercice 4 (4 points)

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} -9 & -11 & 2 \\ 22 & 13 & -3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$.

1. Compléter en précisant les coefficients de la matrice A.
   $a_{1,2} =$
   $a_{2,3} =$
2. Calculer les matrices $A + B$, puis $3A$, et $3A - B$. On pourra donner le résultat sans justifier.

Exercice 5 (2 points)

Soit A la matrice $(a_{i,j})_{1\leqslant i\leqslant 3, 1\leqslant j\leqslant 2}$ où $a_{i,j} = 3i - j^2$.
Écrire explicitement la matrice A.

NOM :
Prénom :

BTS CRSA2. Interrogation n° 2 bis

Exercice 6 (4 points)

1. Résoudre l'équation différentielle homogène suivante :

$$10y' + 3y = 0$$

2. En déduire la solution telle que $f(0) = -1$.

Exercice 7 (10 points)

On se propose de résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) :

$$y' + 3y = \cos(x) - 4\sin(x).$$

1. Résoudre l'équation homogène (H) :

$$y' + 3y = 0.$$

2. Déterminer une solution particulière g de l'équation (E) sous la forme

$$g(x) = a\cos(x) + b\sin(x),$$

a et b étant des constantes à déterminer.

3. Pour la suite, on admettra que la fonction g définie par $g(x) = 0,7\cos(x) - 1,1\sin(x)$ est une solution particulière de (E).
Résoudre l'équation (E).

4. Déterminer la solution f de (E) vérifiant $f(0) = 3$.

Exercice 8 (4 points)

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 15 & -4 & -1 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$.

1. Compléter en précisant les coefficients de la matrice A.
$a_{1,2} =$
$a_{2,1} =$

2. Calculer les matrices $A + B$, puis $3A$, et $3A - B$. On pourra donner le résultat sans justifier.

Exercice 9 (2 points)

Soit A la matrice $(a_{i,j})_{1\leqslant i\leqslant 2, 1\leqslant j\leqslant 4}$,
où $a_{i,j} = (2+i) \times j^2$.
Écrire explicitement la matrice A.