

Terminale STI. Spécialité. Contrôle n° 5

Exercice 1 (2 points)

Compléter sur l'énoncé.

- Pour tout $a > 0$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $e^x = a$ ssi
- Donner 2 propriétés de la fonction logarithme népérien
(parmi les propriétés algébriques, sa dérivée, son signe).
a)
b)

Exercice 2 (4 points)

Compléter sur l'énoncé.

- Les solutions de l'équation différentielle $y' + 5y = 0$ sont les fonctions f de la forme $f(x) = \dots$
- Soit (E') l'équation différentielle $y' = 3y + 12$.
(a) Les solutions de (E') sont les fonctions f de la forme
 $f(x) = \dots$
(b) La solution de (E') telle que $f(0) = 5$ a pour expression $f(x) = \dots$

Exercice 3 (7 points)

- Exprimer en fonction de $\ln(3)$ le nombre
 $A = \ln(27) - 2\ln(9) + 5\ln(3)$.
- Montrer que pour tout $x > 0$,
 $4\ln(x) + \ln(2x) - 2\ln(2) = \ln\left(\frac{x^5}{2}\right)$
- Résoudre les équations suivantes :
 $60 = 10\ln(x) + 120$ $e^{1-2x} = 11$

Exercice 4 (7 points)

Le clinker est un constituant du ciment dont la fabrication nécessite des fours à très haute température qui libèrent dans l'air une grande quantité de dioxyde de carbone (CO_2).

Dans une cimenterie, la fabrication du clinker s'effectue de 7h30 à 20h, dans une pièce de volume $900\,000 \text{ dm}^3$.

À 20h, après une journée de travail, le taux volumique de CO_2 dans la pièce est de 0,6 %.

- Justifier que le volume de CO_2 présent dans cette pièce à 20h est de $5\,400 \text{ dm}^3$.
- Pour diminuer ce taux de CO_2 durant la nuit, l'entreprise a installé dans la pièce une colonne de ventilation. Le volume de CO_2 , exprimé en dm^3 , est alors modélisé par une fonction du temps t écoulé après 20h, exprimé en minutes. t varie ainsi dans l'intervalle $[0; 690]$ (puisque'il y a 690 minutes entre 20h et 7h30). On admet que cette fonction V est une solution, sur cet intervalle $[0; 690]$, de l'équation différentielle :

$$(E) : 2y' + 0,02y = 9$$

- Déterminer la forme générale des solutions de (E).
 - Vérifier que pour tout réel t de l'intervalle $[0; 690]$,
 $V(t) = 4950e^{-0,01t} + 450$.
- Quel sera, au dm^3 près, le volume de CO_2 dans cette pièce à 21h ?
 - Les responsables de la cimenterie affirment que chaque matin à 7h30 le taux de CO_2 dans cette pièce est inférieur à 0,06 %. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.