

Devoir maison n° 7
Pour le vendredi 9 mars 2018

Exercice 1

Un organisateur annonce qu'à une loterie, il y aura exactement 1 billet gagnant 5000 euros, 5 billets gagnants 1000 euros et 50 billets gagnant 50 euros, sur un total de N billets.

Le prix d'achat d'un billet est de 5 euros.

On note X la variable aléatoire représentant le gain du joueur, c'est à dire le montant du lot gagné moins le prix du billet.

1. (a) Combien y a-t-il de billets non gagnants ?
(b) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
(c) Déterminer, en fonction de N , la loi de probabilité de X .
2. Justifier que l'espérance de X est donnée par $E(X) = \frac{12500}{N} - 5$.
3. L'organisateur prévoit de vendre la totalité des billets et il souhaite faire un bénéfice de 2000 euros.
(a) Déterminer le nombre N de billets à émettre.
(b) En déduire la valeur exacte de $E(X)$.
(c) Calculer alors la probabilité de l'événement $A \ll$ le gain du joueur est au moins égal à 45 euros \gg .

Exercice 2

On donne l'algorithme suivant :

```
DÉBUT
Entrer N
J prend la valeur 0
  Pour I allant de 1 à N
    affecter à A un entier aléatoire entre 1 et 6
    affecter à B un entier aléatoire entre 1 et 6
    C prend la valeur A + B
    Si C ≤ 5
      Alors J prend la valeur J + 1
    Fin Si
  Fin Pour
Afficher J/N
FIN
```

1. Que fait cet algorithme ?
2. De quelle valeur doit se rapprocher le nombre affiché lorsque N devient très grand ?
3. On propose le jeu suivant :
La mise est de 4 euros.
On lance deux dés cubiques équilibrés.
Si la somme des deux dés est inférieure ou égale à 5, on gagne 15 euros.
Sinon, on perd la mise.

(a) Adapter l'algorithme précédent pour qu'il simule N parties et affiche le gain (algébrique) total et le gain moyen du joueur en sortie, l'entier N étant donné en entrée.

(b) Ce jeu est-il équitable ? Justifier.

Exercice 3

Dans une rivière, une population de truites diminue de 20 % chaque année. En 2015, le nombre de truites est estimé à 200 truites par hectares. On décide d'introduire chaque année 200 truites.

1. Écrire un algorithme qui calcule et donne le nombre de truites par hectares au bout de n années.
2. Utiliser votre calculatrice pour donner le nombre de truites par hectares au bout de 10 ans, 30 ans, 50 ans.

Exercice 4

Pour tout $n \geq 1$, on pose $T_n = \sum_{k=1}^n k + \frac{1}{k}$.

1. Écrire un algorithme qui calcule et renvoie T_n pour n donné en entrée.
2. Le programmer et donner la valeur de T_{40} arrondie à 10^{-2} .