

Seconde. Interrogation de mathématiques n°5
Correction du sujet 1

Exercice 1 (4 points)

Compléter sans justifier. Les questions sont indépendantes.

1. Le taux d'évolution de y_1 à y_2 est $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$

2. 30 % de 12 % de 3000 est égal à $3000 \times 0,3 \times 0,12 = 108$.

3. Dans un oeuf de 60 g, la coquille représente 5 g et le jaune représente $\frac{1}{3}$ du poids total. Quelle est la proportion exacte du blanc dans la partie comestible ? $p = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$

$60 \times \frac{1}{3} = 20$. Le jaune pèse 20 g.

$60 - 5 - 20 = 35$. Le jaune pèse 35 g.

4. Sur l'emballage, il est indiqué que le cacao constitue 70% d'une tablette de chocolat.

Sachant qu'il y a 140 g de cacao dans la tablette, la masse de la tablette est de 200 g.

$$p = \frac{n_A}{n_E}, \text{ soit } 0,7 = \frac{140}{x}, \text{ donc } x = \frac{140}{0,7} = 200.$$

Exercice 2 (6 points)

Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
580	284,2	-0,51	0,49	baisse de 51%
6000	6540	0,09	1,09	hausse de 9 %
250	220	-0,12	0,88	baisse de 12%
7250	5945	-0,18	0,82	baisse de 18 %
250	265	0,06	1,06	hausse de 6 %

Exercice 3 (cours, 1 point)

Donner une relation entre le taux t d'une évolution et le taux t' de l'évolution réciproque associée.

$$1 + t' = \frac{1}{1 + t}$$

Exercice 4 (2 points)

Déterminer le taux d'évolution global associé à une hausse de 23 % suivie d'une hausse de 15%.

$$1 + t_g = (1 + t_1)(1 + t_2) = 1 + 0,23(1 + 0,15) = 1,23 \times 1,15 \\ t_g = 1,23 \times 1,15 - 1 = 0,4145.$$

Cela revient globalement à une hausse de 41,45 %.

Exercice 5 (2 points)

Entre 2000 et 2017, les dépenses de santé ont augmenté de 40 % dans l'Union européenne.

Déterminer le taux de l'évolution réciproque (pour revenir au niveau de 2000), en pourcentage. Arrondir à 0,1 % près.

$$1 + t' = \frac{1}{1 + t} = \frac{1}{1 + 0,4}. \text{ Donc } t' = \frac{1}{1,4} - 1 \approx -0,286.$$

Il faudrait une baisse d'environ 28,6 % pour compenser la hausse de 40%.

Exercice 6 (2 points)

Après deux remises successives de 20 %, un article est affiché au prix de 415,36 euros.

Quel était le prix initial ? Justifier

Soit x le prix de départ.

$$x \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,2) = 415,36.$$

$$\text{Donc } x = \frac{415,36}{0,8^2} = 649.$$

Le prix initial était de 649 euros.

Exercice 7 (3 points)

Mettre $A = \sqrt{245} - 2\sqrt{500} + 3\sqrt{180}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

$$A = \sqrt{245} - 2\sqrt{500} + 3\sqrt{180} = \sqrt{49 \times 5} - 2\sqrt{5 \times 100} + 3\sqrt{5 \times 36}$$

$$A = \sqrt{49}\sqrt{5} - 2\sqrt{100}\sqrt{5} + 3\sqrt{5}\sqrt{36} = 7\sqrt{5} - 2 \times 10\sqrt{5} + 3 \times 6\sqrt{5}$$

$$A = 7\sqrt{5} - 20\sqrt{5} + 18\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

Exercice 8 (bonus, 1 point)

Après avoir subi une baisse de 15 % puis une évolution de taux t , un prix a globalement augmenté de 12,2 %. Quelle est la deuxième évolution en pourcentage ?

$$1 + t_g = (1 + t_1)(1 + t_2), \text{ donc } 1 + 0,122 = (1 - 0,15) \times (1 + t_2).$$

$$1 + t_2 = \frac{1,122}{0,85}$$

$$t_2 = \frac{1,122}{0,85} - 1 = 0,32.$$

La deuxième évolution est une hausse de 32 %.

Exercice 9 (bonus, 1 point)

Une écharpe en laine mesure 180 cm de longueur. Elle perd 5 % de sa longueur à chaque lavage. Quelle est sa longueur après 3 lavages ? Justifier.

$$180 \times (1 - 0,05)^2 = 180 \times 0,95^3 \approx 154,33.$$

La longueur de l'écharpe après 3 lavages est d'environ 154 cm.

Exercice 10 (4 points)

Compléter sans justifier. Les questions sont indépendantes.

1. Si t est le taux de l'évolution de y_1 à y_2 , alors $y_2 = y_1 \times (1 + t)$.

2. 20% de 15 % de 7000 est égal à $7000 \times 0,2 \times 0,15 = 210$.

3. Dans un oeuf de 60 g, la coquille représente 5 g et le jaune représente $\frac{1}{3}$ du poids total. Quelle est la proportion exacte du jaune dans la partie comestible ? $\frac{20}{55} = \frac{4}{11}$.

$60 \times \frac{1}{3} = 20$. Le jaune pèse 20 g.

$60 - 5 = 55$. La partie comestible pèse 55 g.

4. Sur l'emballage, il est indiqué que le cacao constitue 55% d'une tablette de chocolat. Sachant qu'il y a 88 g de cacao dans la tablette, la masse de la tablette est de 160 g

$p = \frac{n_A}{n_E}$, donc $0,55 = \frac{88}{n_E}$, puis $n_E = \frac{88}{0,55} = 160$.

Exercice 11 (6 points)

Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
580	533,6	-0,08	0,92	baisse de 8 %
6000	7020	0,17	1,17	hausse de 17 %
250	305	0,22	1,22	hausse de 22 %
7250	6597,5	-0,09	0,91	baisse de 9 %
1700	1853	0,09	1,09	hausse de 9 %

Exercice 12 (cours, 1 point)

Compléter sans justifier.

Donner une relation entre les taux t_1 et t_2 de deux évolutions successives et le taux global t_g associé à ces deux évolutions.

$1 + t_g = (1 + t_1)(1 + t_2)$

Exercice 13 (2 points)

Déterminer le taux d'évolution global associé à une hausse de 12 % suivie d'une hausse de 23%.

$1 + t_g = (1 + t_1)(1 + t_2) = 1 + 0,12)(1 + 0,23) = 1,12 \times 1,23$

$t_g = 1,12 \times 1,23 - 1 = 0,3776$.

Cela revient globalement à une hausse de 37,76 %.

Exercice 14 (2 points)

Déterminer le taux de l'évolution réciproque d'une baisse de 35 %. Arrondir à 0,1 % près.

$1 + t' = \frac{1}{1 + t} = \frac{1}{1 - 0,35}$. Donc $t' = \frac{1}{0,65} - 1 \approx 0,538$.

Il faudrait une hausse d'environ 53,8 % pour compenser la baisse de 35%.

Exercice 15 (2 points)

Après deux remises successives de 10 %, un article est affiché au prix de 552,42 euros.

Quel était le prix initial ?

Soit x le prix de départ.

$x \times (1 - 0,1) \times (1 - 0,1) = 552,42$.

Donc $x = \frac{552,42}{0,9^2} = 682$.

Le prix initial était de 682 euros.

Exercice 16 (3 points)Mettre $A = \sqrt{192} - 2\sqrt{147} + 3\sqrt{300}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier.

$A = \sqrt{3 \times 64} - 2\sqrt{3 \times 49} + 3\sqrt{3 \times 100}$

$A = \sqrt{3} \times \sqrt{64} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{49} + 3\sqrt{3} \times \sqrt{100}$

$A = 8\sqrt{3} - 14\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$.

Exercice 17 (bonus, 1 point)Après avoir subi une hausse de 40% puis une évolution de taux t , un prix a globalement augmenté de 14,8%. Quelle est la deuxième évolution en pourcentage ?

$1 + t_g = (1 + t_1)(1 + t_2)$, donc $1 + 0,148 = (1 + 0,4) \times (1 + t_2)$.

$1 + t_2 = \frac{1,148}{1,4}$

$t_2 = \frac{1,148}{1,4} - 1 = -0,18$.

La deuxième évolution est une baisse de 18 %.

Exercice 18 (bonus, 1 point)

Une écharpe en laine mesure 210 cm de longueur. Elle perd 3 % de sa longueur à chaque lavage. Quelle est sa longueur après 3 lavages ? Justifier.

$210 \times (1 - 0,03)^3 = 210 \times 0,97^3 \approx 191,66$.

La longueur de l'écharpe après 3 lavages est d'environ 191,66 cm.