

**Seconde. Interrogation de mathématiques n° 8**

**Correction du sujet 1**

**Exercice 1 (4 points)**

Pour chaque fonction affine, justifier le sens de variation et tracer la représentation graphique (on pourra représenter les 2 fonctions dans le même repère).

1. pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{5}x - 3$ .

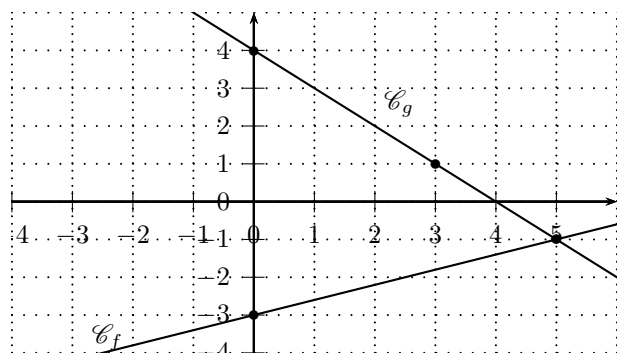
$a = \frac{2}{5} > 0$  donc  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .

$x$	0	5
$f(x)$	-3	-1

2. pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -x + 4$

$a = -1 < 0$  donc  $g$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

$x$	0	3
$g(x)$	4	1



**Exercice 2 (4 points)**

Trouver l'expression de la fonction affine dont la droite représentative passe par les points  $A(-1; 4)$  et  $B(5; 2)$ .

On pose  $f(x) = ax + b$ .

La pente  $a$  est donnée par :  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 4}{5 + 1} = -\frac{1}{3}$ .

Donc  $f(x) = -\frac{1}{3}x + p$ .

Comme  $A(-1; 4) \in \mathcal{C}_f$ ,  $f(-1) = 4$ , soit  $4 = -\frac{1}{3} \times (-1) + b$ ,

$b = 4 - \frac{1}{3} = \frac{12 - 1}{3} = \frac{11}{3}$ .

Donc pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$ .

**Exercice 3 (4 points)**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = (2x + 30)(-3x + 6)$ .

1. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

$(2x + 30)(-3x + 6) = 0$  ssi  $(2x + 30 = 0$  ou  $-3x + 6 = 0)$  ssi  $(x = -15$  ou  $x = 2)$ .

Les solutions sont  $-15$  et  $2$ .

2. Compléter le tableau de signe de  $f(x)$ .

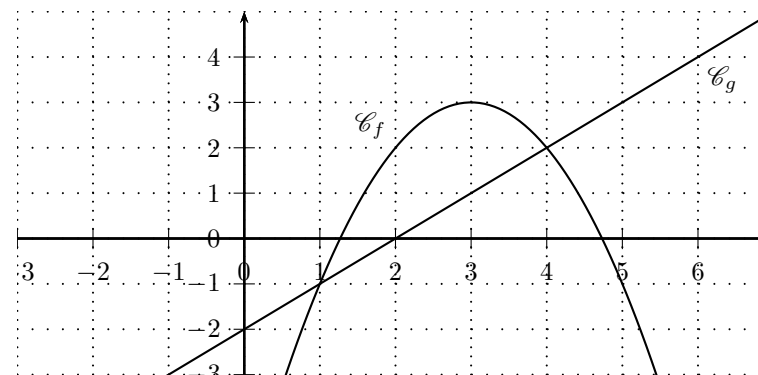
$x$	$-\infty$	$-15$	$2$	$+\infty$
$2x + 30$		-	0	+
$-3x + 6$		+	+	0
$(2x + 30)(-3x + 6)$		-	0	+

3. En déduire l'ensemble solution de l'inéquation  $f(x) > 0$ .

$S = ]-15; 2[$ .

**Exercice 4 (4 points)**

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -(x-3)^2 + 3$  et  $g(x) = x - 2$ .



1. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > g(x)$ . Expliquer la méthode en une phrase.

Les solutions sont les abscisses des points où  $\mathcal{C}_f$  est au-dessus de  $\mathcal{C}_g$ .  $S = ]1; 4[$ .

2. Montrer que  $f(x) - g(x) = (x - 1)(4 - x)$ .

D'une part,

$f(x) - g(x) = -(x-3)^2 + 3 - (x-2) = -(x^2 - 6x + 9) - x + 2 = -x^2 + 5x - 4$ .

D'autre part,

$(x - 1)(4 - x) = 4x - x^2 - 4 + x = -x^2 + 5x - 4$ .

Donc pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) - g(x) = (x - 1)(4 - x)$ .

3. En déduire la résolution par le calcul de l'inéquation  $f(x) > g(x)$ .  
 Par le calcul,  $f(x) > g(x)$  ssi  $f(x) - g(x) > 0$  ssi  $(x - 1)(4 - x) > 0$ .  
 Valeurs clés :  
 $x - 1 = 0$  ssi  $x = 1$   
 $4 - x = 0$  ssi  $x = 4$

$x$	$-\infty$	$1$	$4$	$+\infty$
$x - 1$		$-$	$+$	$+$
$4 - x$		$+$	$+$	$0$
$(x - 1)(4 - x)$		$-$	$0$	$-$

Ainsi,  $S = ]1; 4[$ . On retrouve le résultat lu graphiquement à la question 1.

**Exercice 5 (4 points)**

On considère l'inéquation  $\frac{2}{2x + 1} \geq 3$ .

1. Montrer que l'inéquation équivaut à  $\frac{-6x - 1}{2x + 1} \geq 0$ .

$$\frac{2}{2x + 1} \geq 3 \text{ ssi } \frac{2}{2x + 1} - 3 \geq 0$$

$$\text{ssi } \frac{2}{2x + 1} - \frac{3(2x + 1)}{2x + 1} \geq 0 \text{ ssi } \frac{2 - 3(2x + 1)}{2x + 1} \geq 0$$

$$\text{ssi } \frac{-6x - 1}{2x + 1} \geq 0$$

2. Résoudre l'inéquation à l'aide d'un tableau de signes.

Valeurs clés :

$$-6x - 1 = 0 \text{ ssi } x = -\frac{1}{6}$$

$$2x - 1 = 0 \text{ ssi } x = \frac{1}{2} \text{ (valeur interdite pour l'inéquation).}$$

$x$	$-\infty$	$-1/2$	$-1/6$	$+\infty$
$-6x - 1$		$+$	$+$	$0$
$2x + 1$		$-$	$0$	$+$
$\frac{-6x - 1}{2x + 1}$		$-$	$  $	$+$
			$0$	$-$

$$S = \left] -\frac{1}{2}; -\frac{1}{6} \right]$$

## Réponses du sujet 2

### Exercice 6 (4 points)

Pour chaque fonction affine, justifier le sens de variation et tracer la représentation graphique (on pourra représenter les 2 fonctions dans le même repère).

1. pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{5}{2}x - 3$ .

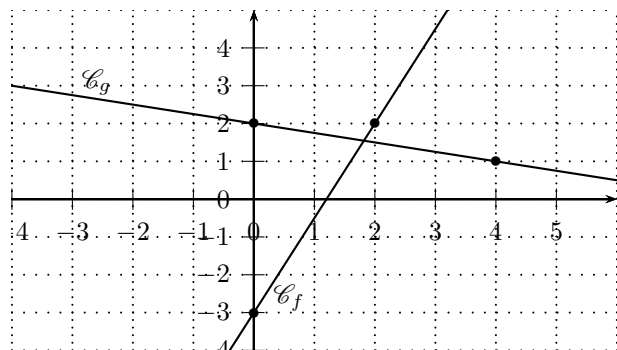
$a = \frac{5}{2} > 0$  donc  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .

$x$	0	2
$f(x)$	-3	2

2. pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -\frac{1}{4}x + 2$

$a = -0,25 < 0$  donc  $g$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

$x$	0	4
$g(x)$	2	1



### Exercice 7 (5 points)

Trouver l'expression de la fonction affine dont la droite représentative passe par les points  $A(-1; 4)$  et  $B(5; 2)$ .

On pose  $f(x) = ax + b$ .

La pente  $a$  est donnée par  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 4}{5 + 1} = -\frac{1}{3}$ .

Donc  $f(x) = -\frac{1}{3}x + p$ .

Comme  $A(-1; 4) \in \mathcal{C}_f$ ,  $f(-1) = 4$ , soit  $4 = -\frac{1}{3} \times (-1) + b$ ,

$b = 4 - \frac{1}{3} = \frac{12 - 1}{3} = \frac{11}{3}$ .

Donc pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$ .

### Exercice 8 (5 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = (x - 10)(-3x + 12)$ .

1. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

$(x - 10)(-3x + 12) = 0$  ssi  $(x - 10 = 0$  ou  $-3x + 12 = 0)$  ssi  $(x = 10$  ou

$x = 4)$ .

Les solutions sont donc 4 et 10.

2. Compléter le tableau de signe de  $f(x)$ .

$x$	$-\infty$	4	10	$+\infty$	
$x - 10$		-	0	+	
$-3x + 12$	+	0	-	-	
$(x - 10)(-3x + 12)$	-	0	+	0	-

3. En déduire l'ensemble solution de l'inéquation  $f(x) > 0$ .

$S = ]4; 10[$

### Exercice 9 (6 points)

On considère l'inéquation  $\frac{5}{2x - 3} \geq 2$ .

1. Montrer que l'inéquation équivaut à  $\frac{-4x + 11}{2x - 3} \geq 0$ .

$\frac{5}{2x - 3} \geq 2$  ssi  $\frac{5}{2x - 3} - 2 \geq 0$

ssi  $\frac{5}{2x - 3} - \frac{2(2x - 3)}{2x - 3} \geq 0$  ssi  $\frac{5 - 2(2x - 3)}{2x - 3} \geq 0$

ssi  $\frac{-4x + 11}{2x - 3} \geq 0$

2. Résoudre l'inéquation à l'aide d'un tableau de signes.

Valeurs clés :

$-4x + 11 = 0$  ssi  $x = \frac{11}{4}$ .

$2x - 3 = 0$  ssi  $x = \frac{3}{2}$  (valeur interdite pour l'inéquation).

$x$	$-\infty$	$3/2$	$11/4$	$+\infty$	
$-4x + 11$	+	+	0	-	
$2x - 3$	-	0	+	+	
$\frac{-4x + 11}{2x - 3}$	-		+	0	-

$S = \left] \frac{3}{2}; \frac{11}{4} \right]$