2de. Correction de l'interrogation n° 2

Exercice 1 (2 points)
Résoudre les équations suivantes.

1. $-2x+5=-4x$

   $-2x+5=-4x$ ssi $5=-2x$ ssi $x=-\dfrac{5}{2}$ $\boxed{S=\left\{-\dfrac{5}{2}\right\}}$.

2. $6x+1=-\dfrac{11}{3}-x$

   $6x+1=-\dfrac{11}{3}-x$ ssi $7x=-\dfrac{11}{3}-1$ ssi $7x=\dfrac{-11-3}{3}$, ssi $7x=-\dfrac{14}{3}$, ssi $x=\dfrac{-2\times 7}{3\times 7}$, $x=-\dfrac{2}{3}$. $\boxed{S=\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}}$.

Exercice 2 (3 points)
Résoudre les inéquations suivantes, donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle.

1. $-4x+1<2x+7$

   $-4x+1<2x+7$ ssi $-6x<6$.
   En divisant par $-6<0$, on change le sens de l'inégalité. Donc $x>-1$, $\boxed{S=]-1;+\infty[}$.

2. $\dfrac{x-5}{6}>3x+\dfrac{1}{2}$

   En multipliant par 6>0 membre à membre, le sens est conservé.
   $\dfrac{x-5}{6}\times 6>(3x+\dfrac{1}{2})\times 6$.

   Donc $x-5>18x+3$, puis $17x<-8$, et enfin $x<-\dfrac{8}{17}$. $\boxed{S=\left]-\infty;-\dfrac{8}{17}\right[}$

Exercice 3 (4 points)

1. Montrer que le nombre $\dfrac{2}{3}+\dfrac{29}{6}$ est un nombre décimal.

   $\dfrac{2}{3}+\dfrac{29}{6}=\dfrac{4}{6}+\dfrac{29}{6}=\dfrac{33}{6}=\dfrac{3\times 11}{3\times 2}=\dfrac{11}{2}=\dfrac{55}{10^1}$. $\boxed{\text{Donc c'est un nombre décimal.}}$
   Ou bien, $\dfrac{2}{3}+\dfrac{29}{6}=\dfrac{11}{2}=5,5$.
   Il a un développement décimal fini, donc c'est un nombre décimal.

2. Le nombre $(3-\sqrt{13})\times(3+\sqrt{13})$ est-il un entier ? Justifier.
   $(3-\sqrt{13})\times(3+\sqrt{13})=3^2-\sqrt{13}^2=9-13=-4\in\mathbb{Z}$.
   $\boxed{\text{C'est bien un entier relatif.}}$

3. Donner un exemple de nombre décimal mais pas entier compris entre -3 et 0. Aucune justification n'est attendue. $\boxed{\text{Le nombre } -1,7 \text{ convient.}}$

4. Donner un exemple de nombre rationnel mais pas décimal appartenant à l'intervalle $[1;2]$. Aucune justification n'est attendue. $\boxed{\text{Le nombre } \dfrac{4}{3} \text{ convient.}}$

5. Donner un exemple de nombre irrationnel appartenant à l'intervalle $[4;5]$. Aucune justification n'est attendue. $\boxed{\text{Le nombre } \pi+1 \text{ convient.}}$

Exercice 4 (1 point)
On admet que $\sqrt{23} \approx 4,795\,832\,523$.

1. L'arrondi à 10^{-3} près de $\sqrt{23}$ est $\boxed{4,796}$
2. Un encadrement d'amplitude 10^{-5} de $\sqrt{23}$ est : $\boxed{4,795\,83 < \sqrt{23} < 4,795\,84}$

Exercice 5 (3 points)
Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$-7 \leqslant x \leqslant 1$	$[-7;1]$
$x > -1$	$]-1;+\infty[$
$x < 0$ ou $x \geqslant 4$	$]-\infty;0[\cup [4;+\infty[$

Exercice 6 (2 points)
On considère les intervalles $I = [6;10]$ et $J =]-\infty;7[$.
Donner $I \cap J$ et $I \cup J$. $\boxed{I \cap J = [6;7[\text{. et } I \cup J =]-\infty;10].}$

Exercice 7 (2 points)
Pierre a 4 fois l'âge de Jules. Il y a 12 ans, Pierre avait 7 fois l'âge de Jules. Quel âge a Jules aujourd'hui ? Justifier.
Soit x l'âge de Jules aujourd'hui.
L'âge actuel de Pierre est $4x$.
Il y a 12 ans, les âges de Jules et Pierre étaient respectivement $x - 12$ et $4x - 12$.
Ainsi, $4x - 12 = 7 \times (x - 12)$
$4x - 12 = 7x - 84$ ssi $3x = 84 - 12$ ssi $3x = 72$ ssi $x = \dfrac{72}{3} = 24$.
$\boxed{\text{Jules a donc 24 ans.}}$

Exercice 8 (3 points)
Une piscine propose deux tarifs :
— Tarif A : chaque entrée coûte 4,3 euros.
— Tarif B : on paie un abonnement annuel 16 euros et chaque entrée coûte alors 3,5 euros.
À partir de combien d'entrées est-il plus avantageux de prendre un abonnement annuel ? Justifier.
Soit x le nombre d'entrées.
L'abonnement est moins cher ssi $16 + 3,5x \leqslant 4,3x$, soit $(4,3 - 3,5)x \geqslant 16$, $0,8x \geqslant 16$, et $x \geqslant \dfrac{16}{0,8}$, $x \geqslant 20$.
$\boxed{\text{L'abonnement est plus intéressant à partir de 20 entrées dans l'année.}}$

Exercice 9 (bonus, 2 points)
1. Résoudre l'équation $|x - 4| = 11$.
   $d(x;4) = 11$
   $x = 4 - 11 = -7$ ou $x = 4 + 11 = 15$ $\boxed{S = \{-7;15\}}$
2. Résoudre l'inéquation $|x + 3| > 4$. Donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.
   $d(x;-3) > 4$ ssi $(x < -7$ ou $x > 1)$ $\boxed{S =]-\infty;-7[\cup]1;+\infty[}$