

NOM :

14/10/2025

Prénom :

1re G . Devoir de mathématiques n° 2

Exercice 1 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

On appelle $\mathcal{P}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des abscisses.
2. Étudier le signe de f sur $\mathbb{R}$. Justifier.
3. Dresser le tableau de variation de f . Justifier.
4. Soit (d) la droite d'équation $y = 2x - 3$.
Étudier la position relative de la parabole $\mathcal{P}$ et de la droite (d) .
Indication : étudier le signe de $f(x) - (2x - 3)$.

Exercice 2 (4 points)

Les questions sont indépendantes. On détaillera les calculs.

1. Soit (a_n) la suite définie pour tout entier n par $a_n = \left(3 - \frac{1}{2}n\right)^2$.
Calculer a_0 , a_1 et a_2 .
2. Soit (b_n) la suite définie par $b_0 = 5$ et pour tout $n \geq 0$,
 $b_{n+1} = -\frac{2}{3}b_n + 1$. Calculer b_1 et b_2 .
3. Soit (c_n) la suite définie par $c_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$,
 $c_{n+1} = c_n - n^2 + 3$. Calculer c_1 et c_2 .
4. Soit (d_n) la suite définie par $d_0 = 1$, $d_1 = 1$, et pour tout entier
 $n \in \mathbb{N}$, $d_{n+2} = 3d_{n+1} + d_n$.
Calculer d_2 et d_3 .

Exercice 3 (1,5 point)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 6$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = \frac{5}{4}u_n + 13.$$

1. Compléter la fonction Python d'argument n qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geq 0$.

```
def Terme(n) :  
    u=...  
    for k in range(.....):  
        ...  
    return(u)
```

2. À l'aide de la calculatrice, donner u_{10} arrondi à l'unité. $u_{10} \approx \dots$

Exercice 4 (3,5 points)

1. La suite (A_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} A_0 = 4 \\ A_{n+1} = A_n + \frac{n^2}{n+3} \end{cases}$$

Montrer que (A_n) est croissante.

2. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $B_n = \frac{7n-1}{n+2}$.

(a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $B_{n+1} - B_n = \frac{15}{(n+2)(n+3)}$.

(b) Que peut-on en déduire sur les variations de la suite (B_n) ?

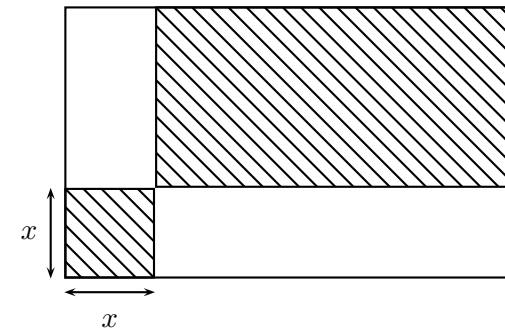
3. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $C_n = n + (-2)^n \times n^2$.

Montrer que (C_n) n'est ni croissante ni décroissante.

Exercice 5 (5 points)

Une carte de vœux rectangulaire, de dimensions 6 cm et 10 cm, comporte un carré et un rectangle colorés représentés ici par des hachures. Pour des impressions en grandes quantités, on souhaite limiter la quantité d'encre pour la partie colorée.

On note x le côté du carré coloré.



1. Justifier que l'aire colorée est donnée sur $[0; 6]$ par

$$f(x) = 2x^2 - 16x + 60.$$

2. Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire colorée ne dépasse pas la moitié de la surface totale.

On montrera que cela conduit à l'inéquation $x^2 - 8x + 15 \leq 0$ sur $[0; 6]$.

Exercice 6 (bonus, 1 point)

Déterminer tous les réels c tels que l'équation $x^2 + 10x + c = 0$ n'ait pas de solution réelle.

NOM : 16/10/2025

Prénom :

1re G . Devoir de mathématiques n° 2 bis

Exercice 7 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. Justifier.
2. Dresser le tableau de signe de f . Justifier.
3. Déterminer le tableau de variation de f . Justifier.
4. Étudier la position relative de $\mathcal{C}$ et de la droite (d) d'équation $y = -5x + 2$.

Indication : étudier le signe de $f(x) - (-5x + 2)$.

Exercice 8 (4 points)

Les questions sont indépendantes. On détaillera les calculs.

1. Soit (a_n) la suite définie pour tout entier n par $a_n = \left(\frac{n}{1+2n}\right)^2$. Calculer a_0 , a_1 et a_2 .
2. Soit (b_n) la suite définie par $b_0 = 2$ et pour tout $n \geq 0$, $b_{n+1} = \frac{3}{2}b_n + \frac{1}{2}$. Calculer b_1 et b_2 .
3. Soit (c_n) la suite définie par $c_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $c_{n+1} = c_n + 6n - 1$. Calculer c_1 et c_2 .
4. Soit (d_n) la suite définie par $d_0 = 2$, $d_1 = 5$, et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $d_{n+2} = 3d_{n+1} + d_n$. Calculer d_2 et d_3 .

Exercice 9 (1,5 point)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{6}{5}u_n + 3$.

1. Compléter la fonction Python d'argument n qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geq 0$.

```
def Terme(n) :  
    u=...  
    for k in range(.....):  
        ...  
    return(u)
```

2. À l'aide de la calculatrice, donner u_{10} arrondi à l'unité.
 $u_{10} \approx \dots$

Exercice 10 (3,5 points)

1. La suite (A_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} A_0 = 4 \\ A_{n+1} = A_n - \frac{11}{n+3} \end{cases}$$

Montrer que (A_n) est décroissante.

2. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $B_n = \frac{2n+5}{n+4}$.
 - (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $B_{n+1} - B_n = \frac{15}{(n+4)(n+5)}$.

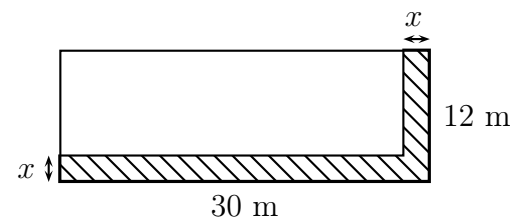
(b) Que peut-on en déduire sur les variations de (B_n) ?

3. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $C_n = 3 \times (-2)^n$.

Montrer que (C_n) n'est ni croissante ni décroissante.

Exercice 11 (5 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 - 42x + 80 \geq 0$.
2. Un terrain rectangulaire a pour longueur 30 m et largeur 12 m. On souhaite aménager un chemin de largeur x (en mètres) le long de deux côtés consécutifs comme le montre la figure ci-contre (le chemin est la partie hachurée).



La largeur x du chemin doit être supérieure ou égale à 0,8 m. On souhaite que la partie restante du terrain ait une aire supérieure ou égale à 280 m^2 .

- (a) Montrer que cela se traduit par $x^2 - 42x + 80 \geq 0$.
- (b) En déduire les valeurs possibles de la largeur x du chemin.

Exercice 12 (bonus, 1 point)

Déterminer tous les réels c tels que l'équation $x^2 + 10x + c = 0$ ait deux solutions réelles.