

2de. Correction du devoir maison n° 7

Exercice 1

Déterminer l'expression de la fonction affine f vérifiant $f(-2) = 5$ et $f(3) = 1$.

On pose $f(x) = ax + b$. $a = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{1 - 5}{5} = -\frac{4}{5}$.

Ainsi, $f(x) = -\frac{4}{5}x + b$.

De plus, $f(3) = 1$, donc $-\frac{4}{5} \times 3 + b = 1$, soit $b = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{5}x + \frac{17}{5}$.

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes. Donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

1. $-\frac{2}{3}x - 5 < x + \frac{1}{2}$

C'est une inéquation du premier degré. On isole l'inconnue x .

$$-\frac{2}{3}x - 5 < x + \frac{1}{2} \text{ ssi } -\frac{5}{3}x < \frac{11}{2} \text{ ssi } x > -\frac{11}{2} \times \frac{3}{5}$$

(on a divisé les 2 membres par $-\frac{5}{3} < 0$, l'inégalité change de sens)

ssi $x > -3,3$.

$$S =]-3,3; +\infty[.$$

2. $(-2x + 10)(x + 4) > 0$.

Valeurs clés :

$$-2x + 10 = 0 \text{ ssi } x = 5.$$

$$x + 4 = 0 \text{ ssi } x = -4$$

x	$-\infty$	-4	5	$+\infty$	
$-2x + 10$	$+$	$+$	0	$-$	
$x + 4$	$-$	0	$+$	$+$	
$(-2x + 10)(x + 4)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$S =]-4; 5[.$$

3. $\frac{2x + 1}{(x - 6)(-3x + 12)} \geq 0$.

Valeurs clés :

$$2x + 1 = 0 \text{ ssi } x = -\frac{1}{2}.$$

$$x - 6 = 0 \text{ ssi } x = 6 \text{ (valeur interdite)}$$

$$-3x + 12 = 0 \text{ ssi } x = 4 \text{ (valeur interdite)}.$$

x	$-\infty$	$-1/2$	4	6	$+\infty$
$2x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 6$	$-$		$-$	$-$	0
$-3x + 12$	$+$		$+$	0	$-$
$\frac{2x + 1}{(x - 6)(-3x + 12)}$	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$
				$\parallel$	$-$

$$S = \left] -\infty; -\frac{1}{2} \right] \cup]4; 6[.$$

4. $\frac{3x+7}{-x+4} \geq 5.$

$$\frac{3x+7}{-x+4} \geq 5$$

$$\text{ssi } \frac{3x+7}{-x+4} - \frac{5(-x+4)}{-x+4} \geq 0,$$

$$\text{ssi } \frac{3x+7+5x-20}{-x+4} \geq 0,$$

$$\text{ssi } \frac{8x-13}{-x+4} \geq 0.$$

Valeurs clés :

$$8x-13=0 \text{ ssi } x = \frac{13}{8}.$$

$$-x+4=0 \text{ ssi } x = 4 \text{ (valeur interdite).}$$

x	$-\infty$	$13/8$	4	$+\infty$
$8x-13$	$-$	0	$+$	$+$
$-x+4$	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{8x-13}{-x+4}$	$-$	0	$+$	$-$

$$S = \left[\frac{13}{8}; 4 \right[.$$

Exercice 3

L'an prochain, Mathilde consacrera 650 euros à ses loisirs, puis, pour faire des économies, elle prévoit à partir de l'année suivante de réduire de 5 % ses dépenses dans ce secteur.

1. Calculer le budget loisirs B de Mathilde dans deux ans.

Diminuer de 5 % revient à multiplier par $1 - 0,05 = 0,95$.

$$650 \times 0,95 = 617,5.$$

La deuxième année, elle consacrera 617,5 euros à ses loisirs.

2. Quel budget aura-t-elle consacré à ses loisirs au cours des deux prochaines années?

$$650 + 617,5 = 1267,5.$$

Au cours des deux prochaines années, elle consacrera 1267,5 euros à ses loisirs.

3. Compléter le programme Python ci-dessous afin que la fonction `budget` retourne le budget total qu'elle aura consacré à ses loisirs au cours des 10 prochaines années.

```
def budget():
    B=650 .....
    T=650 .....
    for k in range(2,11):
        B=B*0,95 .....
        T=T+B .....
    return(T)
```

Commentaires : Avant la boucle pour, les variables B et T ont les valeurs de la première année.

Il faut alors faire 9 tours de boucle pour aller de la 2^e à la 10^e année.