

Terminale STL. Correction du DM5 de spécialité

Exercice 1 (46 p 238)

Dériver les fonctions.

1. Pour tout $x > 0$, $f(x) = x \ln(x) - x$.

Dérivée d'un produit $(uv)' = u'v + uv'$.

$$f'(x) = 1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln(x) + 1 - 1 = \ln(x).$$

2. Pour tout $x > 0$, $f(x) = x^3 - \ln(x)$.

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}$$

3. Pour tout $x > 1$, $g(x) = 2 - \frac{1}{\ln(x)}$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}.$$

$$g'(x) = 0 - \frac{\frac{-1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{1}{x \times (\ln x)^2}$$

4. Pour tout $x > e$, $h(x) = \frac{3 \ln(x) + 1}{\ln(x) - 1}$.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

$$h'(x) = \frac{\frac{3}{x} \times (\ln(x) - 1) - (3 \ln(x) + 1) \times \frac{1}{x}}{(\ln(x) - 1)^2}$$

$$h'(x) = \frac{3 \ln(x) - 3 - 3 \ln(x) - 1}{x \times (\ln(x) - 1)^2} = \frac{-4}{x \times (\ln(x) - 1)^2}.$$

Exercice 2 (49 p 238)

En notant x la pression acoustique (en bar), l'intensité sonore est donnée (en dB) par $f(x) = 8,68 \ln(x) + 93,68$.

1. Pour $x = 14$, $f(14) = 8,68 \ln(14) + 93,68 \approx 116,59$.

L'intensité sonore est alors de 116,59 dB.

2. Dérivée de f .

$$f'(x) = 8,68 \times \frac{1}{x} + 0 = \frac{8,68}{x}.$$

3. Variations de f sur $[0, 5; +\infty[$.

Sur $[0, 5; +\infty[$, il est clair que $f'(x) = \frac{8,68}{x} > 0$.

Donc f est strictement croissante sur $[0, 5; +\infty[$.

4. Limite de f en $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty.$$

Par produit avec $8,68 > 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8,68 \ln(x) = +\infty$.

Par somme, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8,68 \ln(x) + 93,68 = +\infty$.

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

5. Une personne normale ne peut supporter un bruit supérieur à 119,32 dB.

Déterminons la pression maximale supportable.

$$f(x) = 119,32$$

$$\text{ssi } 8,68 \ln(x) + 93,68 = 119,32$$

$$\text{ssi } 8,68 \ln(x) = 25,64$$

$$\text{ssi } \ln(x) = \frac{25,64}{8,68}$$

$$\text{ssi } x = \exp\left(\frac{25,64}{8,68}\right) \approx 19,18.$$

La pression acoustique maximale qu'un humain peut supporter est d'environ 19,18 bars.