

NOM :

04/02/2026

Prénom :

CRSA1. Contrôle n° 7

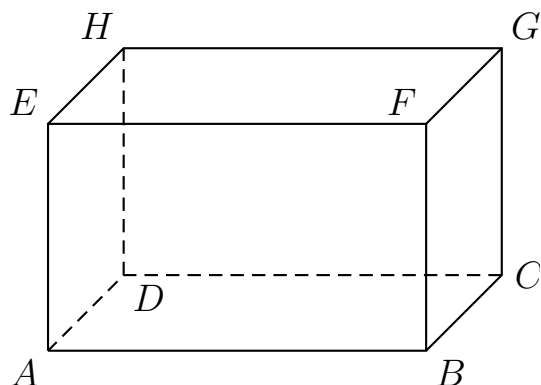
Exercice 1 (2 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les vecteurs $\vec{u}(2; 5; 0)$ et $\vec{v}(-1; 4; 3)$.

1. Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

Exercice 2 (4 points)

Soit $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle ayant pour dimensions $AB = 10$, $AD = 6$, et $AE = 6$.



Calculer les produits scalaires suivants. Justifier.

1. $\vec{AB} \cdot \vec{DC}$
2. $\vec{AB} \cdot \vec{CG}$
3. $\vec{AB} \cdot \vec{BE}$
4. $\vec{AF} \cdot \vec{ED}$

Exercice 3 (4 points)

On donne les points $A(0; 0; 2)$, $B(6; 2; 2)$, $C(5; 3; 1)$, et $D(-1; 1; 1)$.

1. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calculer les coordonnées de $\vec{AB} \wedge \vec{AD}$.
3. Calculer l'aire du parallélogramme $ABCD$.
Rappel : $Aire(ABCD) = \|\vec{AB} \wedge \vec{AD}\|$.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie à un degré près.

Exercice 4 (1 point)

Compléter les propriétés de cours sur la fonction logarithme népérien. Pour tous réels $x > 0$, $a > 0$, et $b > 0$.

1. $\ln'(x) = \dots$
2. $\ln(a \times b) = \dots$

Exercice 5 (4 points)

1. Écrire sous la forme d'un seul logarithme.
 $A = \ln(5) + \ln(9)$ $B = 2 \ln(3) - \ln(11)$
 $C = -3 \ln(2)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation.
 $2 + e^{3t+1} = 10$
3. Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'inéquation $1 + 2 \ln(x) < 0$.

Exercice 6 (5 points)

Calculer la dérivée des fonctions et en déduire leur tableau de variation (sans les limites aux bornes de l'intervalle).

1. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 4x + 1 - 2 \ln(x)$.
2. g est définie sur $] -\infty; \frac{1}{2}[$ par $g(x) = \ln(1 - 2x)$.