1 STI. Correction du devoir maison n^o 3

Exercice 1

Le réel x appartient à l'intervalle $]0;\pi[$ et vérifie $\cos(x) = -\frac{1}{4}$.

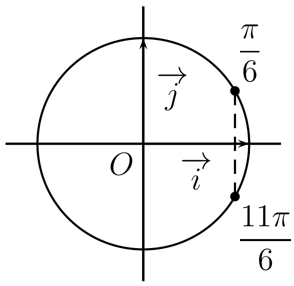
1. Déterminer $\sin x$. Justifier.
   $\cos^2 + \sin^2 x = 1$, donc $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.
   Donc $\sin x = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$ ou $\sin x = -\sqrt{\frac{15}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.
   Comme $x \in]0;\pi[$, $\sin x > 0$.
   $\boxed{\text{Donc } \sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}.}$

2. En déduire $\cos(\pi + x)$, $\sin(\pi + x)$, $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$ et $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$.
   $\cos(\pi + x) = -\cos x = \frac{1}{4}$.
   $\sin(\pi + x) = -\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.
   $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$.
   $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x = -\frac{1}{4}$.

Exercice 2

Résoudre les équations trigonométriques dans l'intervalle demandé. Justifier.

1. $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0;2\pi[$.



   Dans $\mathbb{R}$, les solutions sont les réels $x = \frac{\pi}{6} + k \times 2\pi$, et $x = -\frac{\pi}{6} + k \times 2\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.
   $\boxed{\text{Dans } [0;2\pi[\text{, les solutions sont } \frac{\pi}{6} \text{ et } \frac{11\pi}{6}.}$

2. $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ dans $]-\pi;\pi]$.
   Dans $]-\pi;\pi]$, les solutions sont $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$.
3. $\sin(t) = -1,5$ dans $[0;2\pi[$.
   $-1,5 < -1$, l'équation n'a pas de solution.
4. $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[0;2\pi[$.
   Dans $[0;2\pi[$, les solutions sont $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$.
5. $\sin(x) = \sin(\frac{\pi}{6})$ dans $[0;2\pi[$.
   Dans $[0;2\pi[$, les solutions sont $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$.

Exercice 3 (n° 29 page 136)
On a interrogé 1500 élèves sur la nature de leur loisirs.

	Activité sportive	Pas d'activité sportive	Total
Activité culturelle	402	591	993
Pas d'activité culturelle	315	192	507
Total	717	783	1500

On choisit un élève au hasard.
On note C : "il pratique une activité culturelle " et S : "il pratique une activité sportive".

1. Il y a équiprobabilité.
   $P(C) = \dfrac{\text{nb cas favorables}}{\text{nb cas total}} = \dfrac{993}{1500} = \dfrac{331}{500}$
2. $P_C(S) = \dfrac{card(C \cap S)}{card(C)} = \dfrac{402}{717} = \dfrac{134}{239}$
3. $P(\overline{C} \cap S) = \dfrac{315}{1500} = \dfrac{21}{100} = 0,21.$

Exercice 4 (n° 51 page 139)

1. Tableau des fréquences marginales.

	Poche (F)	Non poche	Total
Romans	0,45	0,15	0,6
Essais (E)	0,05	0,2	0,25
Poésie	0,1	0,05	0,15
Total	0,6	0,4	1

   $0,25 \times 0,6 = 0,15$. La proportion de romans non poche est 0,15.
   $0,25 \times \dfrac{1}{5} = 0,25 \times 0,2 = 0,05$. La proportion d'essais au format poche est 0,05.
   $1 - (0,6 + 0,25) = 1 - 0,85 = 0,15$. La proportion de poésie est 0,15.
   $0,15 \times \dfrac{1}{3} = 0,05$. La proportion de livres de poésie au format non poche est 0,05.
2. On note F : "Le livre est au format poche", et E : "Le livre est un essai".
   $P(F) = 0,6$, et $P(E) = 0,25$.
3. $E \cap F$: "Le livre est un essai <u>et</u> il est au format poche". $P(E \cap F) = 0,05$.
4. $\overline{E}$: "Le livre n'est pas au format poche".
   $P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,25 = 0,75$.
5. $P_F(E) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0,05}{0,6} = \dfrac{1}{12} \approx 0,083$.
   La probabilité que le livre soit un essai sachant qu'il est au format poche est $\dfrac{1}{12}$.
6. La phrase "20 % des essais sont au format poche" se traduit par $P_E(F) = 0,2$.
   Elle est vraie : $P_E(F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(E)} = \dfrac{0,05}{0,25} = 0,2$