

Exercice 1 (signe de fonctions affines)

Déterminer le tableau de signe des fonctions affines suivantes :

1. $f(x) = 4x - 1$

$4x - 1 = 0$ ssi $x = \frac{1}{4}$.

Comme $a = 4 > 0$, le tableau de signe est

x	$-\infty$	$1/4$	$+\infty$
$4x - 1$		- 0 +	

2. $g(x) = -\frac{1}{3}x - 11$

$-\frac{1}{3}x - 11 = 0$ ssi $x = -33$.

Comme $a = -\frac{1}{3} < 0$,

x	$-\infty$	-33	$+\infty$
$-\frac{1}{3}x - 11$		+ 0 -	

3. $h(x) = 16 - 2x$

$16 - 2x = 0$ ssi $x = 8$.

Comme $a = -2 < 0$, on a

x	$-\infty$	8	$+\infty$
$16 - 2x$		+ 0 -	

Exercice 2 (tableau de signe)

Déterminer le tableau de signe des fonctions suivantes :

1. $f(x) = (2x + 1)(-3x - 3)$.

Valeurs clés :

$2x + 1 = 0$ ssi $x = -\frac{1}{2}$.

$-3x - 3 = 0$ ssi $x = -1$.

x	$-\infty$	-1	$-1/2$	$+\infty$
$2x + 1$		-	- 0 +	
$-3x - 3$		+ 0 -		-
$(2x + 1)(-3x - 3)$		- 0 + 0 -		

2. $g(x) = 4x(2x + 5)$

Valeurs clés :

$4x = 0$ ssi $x = 0$.

$2x + 5 = 0$ ssi $x = -\frac{5}{2} = -2,5$.

x	$-\infty$	$-2,5$	0	$+\infty$
$4x$		-	- 0 +	
$2x + 5$		- 0 +		+
$4x(2x + 5)$		+ 0 - 0 +		

$$3. h(x) = \frac{3-x}{5x+1}$$

Valeurs clés :

$$3-x=0 \text{ ssi } x=3.$$

$$5x+1=0 \text{ ssi } x=-\frac{1}{5} \text{ (valeur interdite car elle annule le dénominateur).}$$

x	$-\infty$	$-1/5$	3	$+\infty$
$3-x$		+	+ 0 -	
$5x+1$		- 0 +	+	
$\frac{3-x}{5x+1}$		-	+ 0 -	

Exercice 3 (équations)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

$$1. 11x(2+x) = 0$$

Un produit de facteurs est nul ssi l'un des facteurs est nul.

$$11x = 0 \text{ ou } 2+x = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -2.$$

$$S = \{-2; 0\}.$$

$$2. x^2 + 7 = 0$$

$$x^2 = -7.$$

Comme un carré est toujours positif ou nul, l'équation n'a pas de solution réelle.

$$3. x^2 - 7 = 0$$

$$x^2 = 7$$

$$x = -\sqrt{7} \text{ ou } x = \sqrt{7}.$$

Les solutions sont $-\sqrt{7}$ et $\sqrt{7}$.

$$4. 8x^2 - 4 = 0.$$

$$8x^2 = 4.$$

$$x^2 = \frac{1}{2}.$$

$$x = -\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ ou } x = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$5. \frac{3-x}{5x+1} = 4$$

$$5x+1=0 \text{ ssi } x=-\frac{1}{5} \text{ (valeur interdite).}$$

L'équation est bien définie si $x \neq -\frac{1}{5}$.

Par produit en croix (ou en multipliant par $5x+1$), il vient

$$3-x = 4(5x+1) \text{ soit } 3-x = 20x+4, \text{ ce qui équivaut à } 21x = -1, \text{ puis } x = -\frac{1}{21}.$$

Comme $-\frac{1}{21} \neq -\frac{1}{5}$, on peut garder la solution.

L'équation $\frac{3-x}{5x+1} = 4$ a une solution qui est $-\frac{1}{21}$.