

**LYCÉE DE LA MER**  
**Vendredi 14 janvier 2022**  
**DEVOIR COMMUN DE SECONDE**

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**  
**Durée : 2 heures**

**Instruments de géométrie et calculatrice autorisés.**

*Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Le sujet est à compléter et à rendre en entier avec sa copie*

**Exercice 1 : (6 points)**

1. a) Mettre le nombre suivant sous forme irréductible en faisant apparaître le détail des calculs.  
 b) Préciser la nature du nombre sans justifier

$$A = 2 + 1 \div \left( \frac{1}{4} - 1 \right)$$

2. Ecrire sous la forme d'une seule puissance en faisant apparaître le détail des calculs.:

$$B = \frac{5^9 \times 5^{-2}}{(5^3)^{-4}}$$

3. Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers,  $b$  est le plus petit possible en faisant apparaître le détail des calculs.

$$C = 3\sqrt{500} - 5\sqrt{20} - 3\sqrt{5}.$$

4. Calculer le nombre suivant, en faisant apparaître le détail des calculs, et mettre le résultat sous forme scientifique.

$$D = \frac{16 \times 10^{11} \times 21 \times 10^3}{6 \times 10^{-3}}$$

**Exercice 2: (1,5 points)**

Pierre a aujourd'hui 3 fois l'âge de Mathieu. Il y a 16 ans, il avait 7 fois l'âge de Mathieu.

Quel âge a Mathieu aujourd'hui ? Justifier.

**Exercice 3: (5 points)**

1. Résoudre l'équation suivante.

$$2 - x = 3(4x + 7)$$

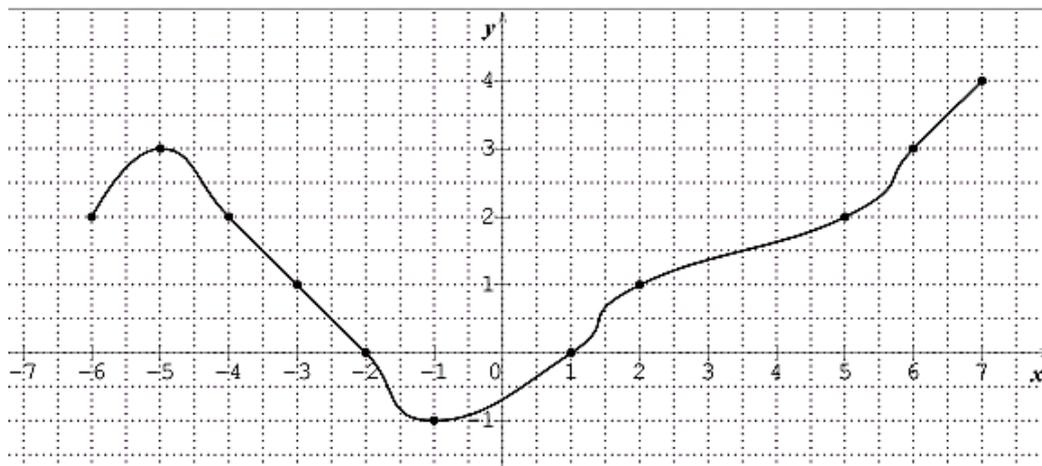
2. Résoudre les deux inéquations suivantes (on donnera l'ensemble des solutions sous forme d'intervalles).

a)  $11x + 4 > 2x - 5$

b)  $\frac{3x}{5} + 1 < \frac{7}{2} + 4x$

### Exercice 4 : (7,5 points)

On donne ci-dessous la courbe  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$



Donner sans justification :

1. L'image de  $-4$ .
2. Les antécédents de  $0$ .
3. Les solutions de l'équation  $f(x) = 3$
4. L'ensemble solution de l'inéquation  $f(x) \leq 1$
5. L'ensemble solution de l'inéquation  $f(x) > 2$
6. Le tableau de variations de  $f$
7. Le tableau de signes de  $f$

### Exercice 5 : (4 points)

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction  $f$

$x$	$-7$	$-1$	$4$	$9$
$f(x)$	$6$	$-3$	$3$	$-2$

Arrows in the original image indicate:  $6 \rightarrow -3$ ,  $-3 \rightarrow 3$ , and  $3 \rightarrow -2$ .

1. Indiquer le maximum de  $f$  sur  $[-7; 9]$  et en quelle(s) valeur(s) il est atteint. (On ne demande pas de justifier)
2. Comparer  $f(-5)$  et  $f(-4)$ . Justifier.
3. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.
  - (a) "Pour tout  $x \in [-7; 9]$ ,  $f(x) \geq -4$  "
  - (b) "Il existe au moins un réel  $x$  dans l'intervalle  $[-7; 9]$  tel que  $f(x) < x$ "

### Exercice 6 : (4,5 points)

On donne l'algorithme suivant, écrit en langage naturel, dans lequel  $n$  désigne un nombre :

1. Montrer que pour  $n = 2$ , la valeur de  $a$  en fin d'algorithme est  $4$
2. Qu'obtient-on pour  $n = 5$  ? pour  $n = -3$  ?
3. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de  $a$  en fonction de  $n$  à l'issue de cet algorithme ? Démontrer ce résultat.

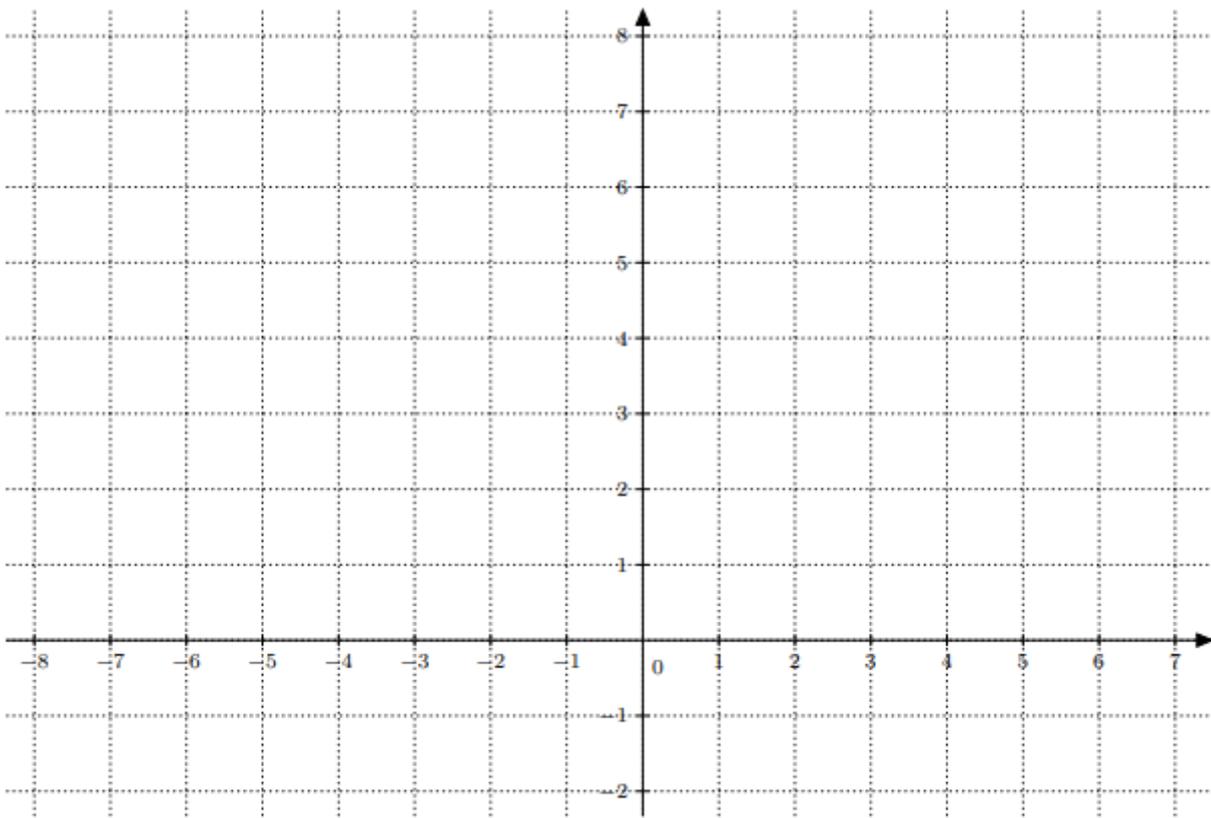
$a \leftarrow n + 1$
$b \leftarrow a \times a$
$c \leftarrow b - 2 \times a$
$a \leftarrow c + 1$

### Exercice 7 : (6 points)

Dans un repère orthonormé, on considère trois points :

$$A(-1 ; 6), B(-3 ; 4) \text{ et } C(3 ; 4)$$

1. Placer les points dans le repère ci-dessous. On complètera la figure au fur et à mesure.
2. Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
4. Construire le point E, image de B par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AC}$
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABEC ? Justifier.
6. Démontrer que  $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$  et en déduire la position de C sur le segment  $[DE]$



### Exercice 8 : (5,5 points)

Dans un repère orthonormé, on considère quatre points :

$$A(-4 ; -1), \quad B(-3 ; 6), \quad C(2 ; 1) \quad \text{et} \quad D(1 ; -6)$$

1. Placer les points dans le repère ci-dessous. On complètera la figure au fur et à mesure.
2. Déterminer par le calcul les coordonnées du point  $E$  milieu de  $[AC]$ . Placer  $E$ .
3. Montrer que  $ABCD$  est un parallélogramme. Justifier.
4. Calculer la longueur  $AB$ .
5. Justifier que  $ABCD$  est un losange.
6. *Question bonus : déterminer l'aire du losange  $ABCD$*

