Terminale STL. Correction du DM2 de spécialité

Exercice 1 (36 page 215)

Calculer la dérivée.

1. $f(t) = \mathrm{e}^{-2t} \sin\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
   On rappelle la dérivée d'un produit de deux fonctions $(u \times v)' = u'v + uv'$.
   $f'(t) = -2\mathrm{e}^{-2t} \times \sin\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right) + \mathrm{e}^{-2t} \times 3\cos\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right)$
   $f'(t) = \mathrm{e}^{-2t}\left[-2\sin\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right) + 3\cos\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right)\right]$
2. $g(t) = 10\mathrm{e}^{2t} \cos\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.
   De même, on applique la dérivée d'un produit $(u \times v)' = u'v + uv'$.
   $g'(t) = 20\mathrm{e}^{2t} \times \cos\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right) + 10\mathrm{e}^{2t} \times \left[-4\sin\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right)\right]$
   $g'(t) = \mathrm{e}^{2t}\left[20\cos\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right) - 40\sin\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right)\right]$

Exercice 2 (43 page 215)

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-2x}}{3x+5}$.

1. Calculer $f'(x)$.
   On rappelle la dérivée d'un quotient de deux fonctions.
   $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
   $f'(x) = \dfrac{-2\mathrm{e}^{-2x} \times (3x+5) - \mathrm{e}^{-2x} \times 3}{(3x+5)^2}$
   $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-2x}(-6x - 10 - 3)}{(3x+5)^2} = \dfrac{\mathrm{e}^{-2x}(-6x - 13)}{(3x+5)^2}$
2. Étudier son signe et en déduire les variations de f.
   $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ et $(3x+5)^2 > 0$ sur $[0; +\infty[$.
   Donc $f'(x)$ a le même signe que $-6x - 13$.
   Or, sur l'intervalle d'étude qui est $[0; +\infty[$, $-6x - 13 < 0$.
   Donc $f' < 0$ sur $[0; +\infty[$ et f est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.

Terminale STL. Correction du DM2 de spécialité

Exercice 1 (36 page 215)

Calculer la dérivée.

1. $f(t) = \mathrm{e}^{-2t} \sin\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
   On rappelle la dérivée d'un produit de deux fonctions $(u \times v)' = u'v + uv'$.
   $f'(t) = -2\mathrm{e}^{-2t} \times \sin\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right) + \mathrm{e}^{-2t} \times 3\cos\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right)$
   $f'(t) = \mathrm{e}^{-2t}\left[-2\sin\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right) + 3\cos\left(3t - \dfrac{\pi}{6}\right)\right]$
2. $g(t) = 10\mathrm{e}^{2t} \cos\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.
   De même, on applique la dérivée d'un produit $(u \times v)' = u'v + uv'$.
   $g'(t) = 20\mathrm{e}^{2t} \times \cos\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right) + 10\mathrm{e}^{2t} \times \left[-4\sin\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right)\right]$
   $g'(t) = \mathrm{e}^{2t}\left[20\cos\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right) - 40\sin\left(4t + \dfrac{\pi}{4}\right)\right]$

Exercice 2 (43 page 215)

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-2x}}{3x+5}$.

1. Calculer $f'(x)$.
   On rappelle la dérivée d'un quotient de deux fonctions.
   $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
   $f'(x) = \dfrac{-2\mathrm{e}^{-2x} \times (3x+5) - \mathrm{e}^{-2x} \times 3}{(3x+5)^2}$
   $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-2x}(-6x - 10 - 3)}{(3x+5)^2} = \dfrac{\mathrm{e}^{-2x}(-6x - 13)}{(3x+5)^2}$
2. Étudier son signe et en déduire les variations de f.
   $\mathrm{e}^{-2x} > 0$ et $(3x+5)^2 > 0$ sur $[0; +\infty[$.
   Donc $f'(x)$ a le même signe que $-6x - 13$.
   Or, sur l'intervalle d'étude qui est $[0; +\infty[$, $-6x - 13 < 0$.
   Donc $f' < 0$ sur $[0; +\infty[$ et f est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.