

Contrôle de mathématiques n° 1
Correction du sujet 1

Exercice 1 (7 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $-2x + 5 = -4x$

$$-2x + 5 = -4x \text{ ssi } 2x = -5 \text{ ssi } \boxed{x = -\frac{5}{2}}$$

2. $6x + 1 = -\frac{11}{3} - x$.

$$6x + 1 = -\frac{11}{3} - x \text{ ssi } 7x = -\frac{11}{3} - 1 \text{ ssi } 7x = \frac{-11 - 3}{3}, \text{ ssi}$$

$$7x = -\frac{14}{3}, \text{ ssi } x = -\frac{14}{3} \times \frac{1}{7}, x = -\frac{2 \times 7}{3 \times 7}, \text{ soit } \boxed{x = -\frac{2}{3}}$$

3. $-4x + 1 < 2x + 7$.

$$-4x + 1 < 2x + 7 \text{ ssi } -6x < 6.$$

En divisant par $-6 < 0$, on change le sens de l'inégalité.

$$\boxed{\text{Donc } x > -1.}$$

4. $\frac{x-5}{6} > 3x + \frac{1}{2}$.

En multipliant par $6 > 0$ membre à membre, le sens est conservé.

$$\frac{x-5}{6} \times 6 > (3x + \frac{1}{2}) \times 6.$$

$$\text{Donc } x - 5 > 18x + 3, \text{ puis } 17x < -8, \text{ et enfin } \boxed{x < -\frac{8}{17}}.$$

Exercice 2 (5 points)

En détaillant soigneusement les calculs, mettre les nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

1. $a = \frac{9 \times 14}{25 \times 12}$.

On cherche à décomposer.

$$\boxed{a = \frac{9 \times 14}{25 \times 12} = \frac{3 \times 3 \times 2 \times 7}{25 \times 2 \times 3 \times 2} = \frac{3 \times 7}{25 \times 2} = \frac{21}{50}}$$

2. $b = \frac{-3}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{11}{2}$

La multiplication est prioritaire.

$$\boxed{b = \frac{-3}{5} + \frac{2 \times 2 \times 11}{5 \times 2} = \frac{-3}{5} + \frac{22}{5} = \frac{-3 + 22}{5} = \frac{19}{5}}.$$

3. $c = \left(6 - \frac{4}{5}\right) \div \frac{13}{25}$.

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$$\boxed{c = \left(\frac{30}{5} - \frac{4}{5}\right) \times \frac{25}{13} = \frac{26}{5} \times \frac{25}{13} = \frac{13 \times 2 \times 5 \times 5}{5 \times 13} = 10}$$

Exercice 3 (4 points)

Pierre a 4 fois l'âge de Jules. Il y a 12 ans, Pierre avait 7 fois l'âge de Jules. Quel âge a Jules aujourd'hui ?

Notons x l'âge de Jules.

Il y a 12 ans, son âge était $x - 12$

L'âge de Pierre actuel est $4x$, et il y a 12 ans c'était $4x - 12$.

$$4x - 12 = 7(x - 12) \text{ ssi } 4x - 12 = 7x - 84$$

$$\text{ssi } 3x = 72 \text{ ssi } x = \frac{72}{3} = 24.$$

$$\boxed{\text{Jules a 24 ans.}}$$

Exercice 4 (4 points)

Une piscine propose deux tarifs :

— Tarif A : chaque entrée coûte 4,3 euros.

— Tarif B : on paie un abonnement annuel 16 euros et chaque entrée coûte alors 3,5 euros.

À partir de combien d'entrées est-il plus avantageux de prendre un abonnement annuel ? Justifier.

Soit x le nombre d'entrées.

Le coût avec le tarif A est $4,3x$.

Le coût avec le tarif B (aboemet) est : $16 + 3,5x$.

L'abonnement est moins cher ssi $16 + 3,5x \leq 4,3x$,

$$\text{soit } (4,3 - 3,5)x \geq 16, 0,8x \geq 16, \text{ et } x \geq \frac{16}{0,8}, x \geq 20.$$

$$\boxed{\text{L'abonnement est plus intéressant à partir de 20 entrées dans l'année.}}$$

Contrôle n° 1. Correction du sujet 2

Exercice 5 (7 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $1 - x = 7x + 4$.

$$1 - x = 7x + 4 \text{ ssi } -3 = 8x \text{ ssi } \boxed{x = -\frac{3}{8}}.$$

2. $x + 7 = \frac{5}{2} - x$.

$$x + 7 = \frac{5}{2} - x \text{ ssi } 2x = \frac{5}{2} - \frac{14}{2} \text{ ssi } 2x = -\frac{9}{2} \text{ ssi } x = -\frac{9}{2} \times \frac{1}{2}.$$

$$\boxed{x = -\frac{9}{4}}.$$

3. $-4x + 1 > 2x + 7$

$$-4x + 1 > 2x + 7 \text{ ssi } -6x > 6.$$

En divisant par $-6 < 0$, on change le sens de l'inégalité.

$$\boxed{\text{Donc } x < -1.}$$

4. $\frac{2x+3}{6} > x - \frac{1}{2}$

En multipliant par $6 > 0$ membre à membre, le sens est conservé.

$$\frac{2x+3}{6} \times 6 > \left(x - \frac{1}{2}\right) \times 6$$

$$\text{Donc } 2x + 3 > 6x - 3, \text{ puis } 4x < 6, \text{ et enfin } \boxed{x < \frac{3}{2}}.$$

Exercice 6 (5 points)

En détaillant soigneusement les calculs, mettre les nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

1. $a = \frac{60}{21 \times 22}$

On cherche à décomposer.

$$\boxed{a = \frac{3 \times 2 \times 10}{3 \times 7 \times 2 \times 11} = \frac{10}{77}}$$

2. $b = \frac{5}{3} + \frac{11}{3} \times \frac{6}{7}$.

La multiplication est prioritaire sur l'addition/soustraction.

$$b = \frac{5}{3} + \frac{11}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{5}{3} + \frac{11 \times 3 \times 2}{3 \times 7} = \frac{5}{3} + \frac{22}{7}$$

$$\boxed{b = \frac{5 \times 7 + 22 \times 3}{3 \times 7} = \frac{101}{21}}.$$

3. $c = \left(8 + \frac{4}{5}\right) \div \frac{11}{25}$.

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$$c = \left(8 + \frac{4}{5}\right) \times \frac{25}{11} = \frac{40 + 4}{5} \times \frac{25}{11} = \frac{44}{5} \times \frac{25}{11}.$$
$$\boxed{c = \frac{4 \times 11 \times 5 \times 5}{5 \times 11} = 4 \times 5 = 20.}$$

Exercice 7 (4 points)

Pierre a 3 fois l'âge de Jules. Il y a 15 ans, Pierre avait 8 fois l'âge de Jules. Quel âge a Jules aujourd'hui ?

Notons x l'âge de Jules. Il y a 15 ans, son âge était $x - 15$.

L'âge de Pierre actuel est $3x$, et il y a 15 ans, c'était $3x - 15$.

On a l'équation $3x - 15 = 8(x - 15)$.

ssi $3x - 15 = 8x - 120$ ssi $5x = 105$ ssi $x = 21$.

$\boxed{\text{Jules a 21 ans.}}$

Exercice 8 (4 points)

Un photographe propose deux tarifs pour des tirages papier.

Avec la formule A , on paie 0,18 euro le tirage.

Avec la formule B , on paie d'abord un forfait de 15 euros, puis chaque tirage vaut 0,12 euro.

À partir de combien de tirages a-t-on intérêt à choisir la formule avec forfait ?

Notons x le nombre de tirages papiers.

Le forfait est moins cher si $15 + 0,12x \leq 0,18x$.

Ainsi, $0,18x - 0,12x \geq 15$, puis $0,06x \geq 15$, et $x \geq \frac{15}{0,06}$, soit $x \geq 250$.

$\boxed{\text{Le forfait est moins cher à partir de 250 tirages papier.}}$