Correction du devoir maison n° 4

Exercice 1 (78 p 205)

1. Les forces $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, favorisent le mouvement de A vers B.
   La force $\overrightarrow{F_4}$ n'a pas d'effet sur le mouvement de A vers B.
   Les forces $\overrightarrow{F_5}$, $\overrightarrow{F_6}$, s'opposent au mouvement de A vers B.

2. Travail des forces.
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{F_1} = AB \times F_1 \times \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{F_1}) = 8 \times 5 \times \cos(0) = 40 \times 1 = 40.$
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{F_2} = AB \times F_2 \times \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{F_2}) = 8 \times 5 \times \cos(45°) = 40 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}.$
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{F_3} = AB \times F_3 \times \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{F_3}) = 8 \times 5 \times \cos(60°) = 40 \times \dfrac{1}{2} = 20.$
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{F_4} = 0$ car $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{F_4}$.
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{F_5} = AB \times F_5 \times \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{F_5}) = 8 \times 5 \times \cos(150°) = 40 \times \dfrac{-\sqrt{3}}{2} = -20\sqrt{3}.$
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{F_6} = AB \times F_1 \times \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{F_6}) = 8 \times 5 \times \cos(180°) = 40 \times (-1) = -40.$
   Le travail de la force $\overrightarrow{F_1}$ dans le mouvement de A vers B est de 40 J (joules).
   Pour les forces qui favorisent le mouvement de A vers B, le travail est positif.
   Pour les forces qui s'opposent au mouvement de A vers B, le travail est négatif.
   Pour la force qui n'a pas d'effet sur le mouvement de A vers B, le travail est nul.

Exercice 2 (54 p 203)

Dans le trangle ABC on donne $AB = 2$, $AC = 3$, et $\widehat{BAC} = 45°$.

1. Déterminons la valeur exacte de BC.
   D'après la formule d'Al-Kashi, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\widehat{A})$.

$$\begin{aligned}
BC^2 &= AC^2 + AB^2 - 2AC \times AB \times \cos\widehat{BAC} \\
BC^2 &= 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \cos(45°) \\
BC^2 &= 9 + 4 - 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\
BC^2 &= 13 - 6\sqrt{2}
\end{aligned}$$

   $\boxed{\text{Comme } BC > 0, \text{ il vient alors } BC = \sqrt{13 - 6\sqrt{2}}.}$
   Remarque : $BC \approx 2,12$.

2. Déterminons à 10^{-1} près la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$.
   On utilise de nouveau la formule d'Al-Kashi, mais cette fois on prend celle qui fait intervenir l'angle $\widehat{B}$.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\widehat{B}).$$

$$\begin{aligned}
AC^2 &= BC^2 + AB^2 - 2 \times BC \times AB \times \cos(\widehat{CBA}) \\
3^2 &= \left(\sqrt{13 - 6\sqrt{2}}\right)^2 + 2^2 - 2 \times \sqrt{13 - 6\sqrt{2}} \times 2 \times \cos(\widehat{CBA}) \\
9 &= 13 - 6\sqrt{2} + 4 - 4 \times \sqrt{13 - 6\sqrt{2}} \times \cos(\widehat{CBA}) \\
9 &= 17 - 6\sqrt{2} - 4 \times \sqrt{13 - 6\sqrt{2}} \times \cos(\widehat{CBA}) \\
\cos(\widehat{CBA}) &= \frac{17 - 6\sqrt{2} - 9}{4\sqrt{13 - 6\sqrt{2}}} \\
\cos(\widehat{CBA}) &= \frac{8 - 6\sqrt{2}}{4\sqrt{13 - 6\sqrt{2}}} \\
\cos(\widehat{CBA}) &= \frac{4 - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{13 - 6\sqrt{2}}}
\end{aligned}$$

   À la calculatrice, $\widehat{CBA} = \arccos\left(\dfrac{4 - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{13 - 6\sqrt{2}}}\right) \approx 93,27.$

   $\boxed{\text{Ainsi, en arrondissant à 0,1 degré près, } \widehat{CBA} \approx 93,3°.}$