

La suite de Syracuse

Exercice 1

On considère les suites (u_n) définies de la façon suivante :

Le premier terme u_0 est un nombre entier positif donné. Pour tout $n \geq 0$,

- si u_n est pair alors $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$
- si u_n est impair alors $u_{n+1} = 3u_n + 1$

Première partie

1. Calculer les 9 premiers termes de la suite si $u_0 = 5$.
2. Soit (u_n) une des suites définies précédemment. Supposons qu'il existe un entier n_0 tel que $u_{n_0} = 1$. Que peut-on dire des termes de la suite à partir de n_0 ?
3. Compléter la fonction `syracuse` d'arguments u et n qui renvoie la liste des $n + 1$ premiers termes de la suite pour une valeur de u_0 saisie dans la variable u .

```
def syracuse(u,n):  
    L=[u]  
    for i in range(1,n+1):  
        if u%2==...:  
            u=...  
        else :  
            u=...  
        L=...  
    return(L)
```

4. Finit-on par obtenir 1 si le premier terme de la suite est $u_0 = 3$? $u_0 = 7$? $u_0 = 11$?
 $u_0 = 13$? $u_0 = 19$?

Deuxième partie

1. Temps de vol

On conjecture que quel que soit l'entier positif u_0 , u_n atteint la valeur 1.

Cette conjecture n'est à ce jour pas démontrée, et on n'a pas trouvé de contre-exemple.

On appelle temps de vol de la valeur k , le plus petit entier n tel que $u_n = 1$, obtenu en prenant $u_0 = k$.

- (a) Déterminer le temps de vol de la suite du 1 ($u_0 = 5$).
- (b) Compléter la fonction Python qui renvoie le temps de vol pour une valeur de u_0 saisie en argument.

```
def tempsdevol(u):  
    i=0  
    while u...:  
        if u%2==0:  
            u=u/2  
        else :  
            u=3*u+1  
        i=...  
    return(...)
```

- (c) Donner les temps de vol des suites du 4.

2. Altitude

On appelle altitude de la valeur k , la plus grande valeur de u_n obtenue en prenant $u_0 = k$.

- (a) Donner l'altitude de la suite du 1. ($u_0 = 5$)
- (b) Écrire en Python une fonction `altitude` qui renvoie l'altitude lorsqu'on entre la valeur de u_0 en argument.
- (c) Donner à l'aide de cette fonction les altitudes des suites du 4.