

CRSA2 – Devoir maison n° 1

À rendre le mercredi 23/09/2026

Exercice 1 (Refroidissement d'un café)

Un café est servi à 85°C dans une tasse à température ambiante de 20°C. La loi de refroidissement de Newton donne la température $T(t)$ (en °C) du café à l'instant t (en minutes) comme solution de l'équation différentielle :

$$(E) : T'(t) + 0,1T(t) = 2$$

avec la condition initiale $T(0) = 85$.

1. Résoudre l'équation homogène associée

$$(H) : T'(t) + 0,1T(t) = 0.$$

2. Trouver une solution particulière constante de (E) .
3. En déduire la solution générale de (E) , puis la solution vérifiant $T(0) = 85$.
4. Au bout de combien de temps (en minutes) la température du café sera-t-elle inférieure à 40°C ?
5. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} T(t)$. Interpréter.

Exercice 2 (Décroissance radioactive)

Un échantillon de carbone 14 a une masse initiale de 500 mg. Sa vitesse de désintégration est proportionnelle à sa masse : on modélise la masse $m(t)$ (en mg) à l'instant t (en années) par l'équation différentielle :

$$(E) : m'(t) + 0,000121m(t) = 0$$

avec $m(0) = 500$.

1. Résoudre (E) .
2. Au bout de combien d'années la masse sera-t-elle inférieure à 10% de sa valeur initiale ?
3. Calculer la demi-vie du carbone 14 (temps pour que $m(t) = 250$ mg).

CRSA2 – Devoir maison n° 1

À rendre le mercredi 23/09/2026

Exercice 1 (Refroidissement d'un café)

Un café est servi à 85°C dans une tasse à température ambiante de 20°C. La loi de refroidissement de Newton donne la température $T(t)$ (en °C) du café à l'instant t (en minutes) comme solution de l'équation différentielle :

$$(E) : T'(t) + 0,1T(t) = 2$$

avec la condition initiale $T(0) = 85$.

1. Résoudre l'équation homogène associée

$$(H) : T'(t) + 0,1T(t) = 0.$$

2. Trouver une solution particulière constante de (E) .
3. En déduire la solution générale de (E) , puis la solution vérifiant $T(0) = 85$.
4. Au bout de combien de temps (en minutes) la température du café sera-t-elle inférieure à 40°C ?
5. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} T(t)$. Interpréter.

Exercice 2 (Décroissance radioactive)

Un échantillon de carbone 14 a une masse initiale de 500 mg. Sa vitesse de désintégration est proportionnelle à sa masse : on modélise la masse $m(t)$ (en mg) à l'instant t (en années) par l'équation différentielle :

$$(E) : m'(t) + 0,000121m(t) = 0$$

avec $m(0) = 500$.

1. Résoudre (E) .
2. Au bout de combien d'années la masse sera-t-elle inférieure à 10% de sa valeur initiale ?
3. Calculer la demi-vie du carbone 14 (temps pour que $m(t) = 250$ mg).