NOM : 29/04/2026
Prénom :

CRSA1. Contrôle n° 10
Sujet 1

Exercice 1 (3 points)
Compléter les formules de cours sur les primitives.

Fonction f	Une primitive F	Intervalle de validité
$f(x) = x$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) =$	$]0;+\infty[$
$f(x) = \mathrm{e}^x$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sin(ax+b)$, $a \neq 0$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$

Exercice 2 (3 points)
Donner une primitive des fonctions suivantes.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $a(x) = 6\mathrm{e}^{6x}$
2. Pour tout $x \in [0;+\infty[$, $b(x) = \dfrac{-14}{2x+3}$

Exercice 3 (3 points)
On pose, pour tout $x > 0$, $F(x) = x\ln(x) - x$.

1. Vérifier que F est une primitive de la fonction ln (logarithme népérien) sur $]0;+\infty[$.
2. En déduire $\displaystyle\int_1^3 4 + \ln(x)\,\mathrm{d}x$

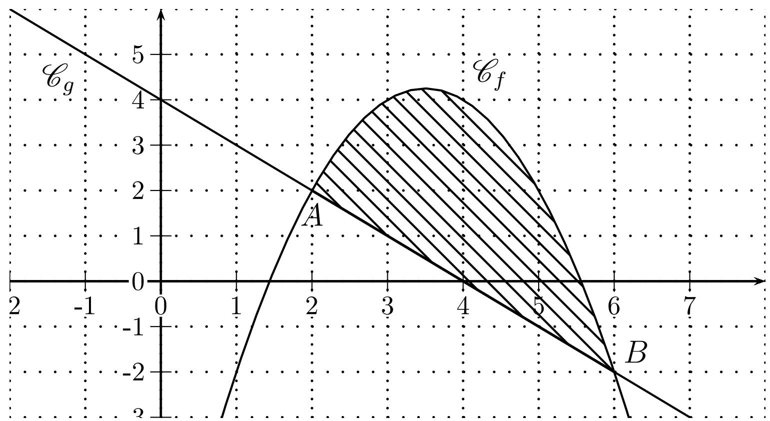
Exercice 4 (4 points)
À l'aide d'une primitive, calculer les intégrales suivantes (on donnera les valeurs exactes).

1. $I = \displaystyle\int_1^2 (6 + \mathrm{e}^{2x})\,\mathrm{d}x$
2. $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2t)\,\mathrm{d}t$

Exercice 5 (3 points)
Un mobile se déplace à la vitesse $v(t) = t^2 + 2t$ (avec t en s et $v(t)$ en $m.s^{-1}$).

1. La distance parcourue (en m) par ce mobile au cours de la première minute est égale à $\displaystyle\int_0^{60} v(t)\,\mathrm{d}t$.
   La calculer.
2. Quelle est la vitesse moyenne du mobile durant la première minute ?

Exercice 6 (4 points)
Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 7x - 8$ et $g(x) = 4 - x$.
On admet que les courbes se coupent aux points $A(2;2)$ et $B(6;-2)$ et que $f(x) \geqslant g(x)$ pour tout réel $x \in [2;6]$.



Calculer l'aire de la partie hachurée du plan.
Indication : on pourra montrer que cela revient à calculer $\displaystyle\int_2^6 (-x^2 + 8x - 12)\,\mathrm{d}x$.

NOM : 29/04/2026

Prénom :

CRSA1. Contrôle n° 10

Sujet 2

Exercice 7 (3 points)

Compléter les formules de cours sur les primitives.

Fonction f	Une primitive F	Intervalle de validité
$f(x) = 8$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$	$F(x) =$	$]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) =$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \sin x$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos(ax+b)$, $a \neq 0$	$F(x) =$	$\mathbb{R}$

Exercice 8 (3 points)

Donner une primitive des fonctions suivantes.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $a(x) = 2\mathrm{e}^{10x}$
2. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $b(x) = \dfrac{11}{11x+3}$

Exercice 9 (3 points)

On pose, pour tout $x > 0$, $F(x) = x\ln(x) - x$.

1. Vérifier que F est une primitive de la fonction ln (logarithme népérien) sur $]0; +\infty[$.
2. En déduire $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} 5\ln(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice 10 (4 points)

À l'aide d'une primitive, calculer les intégrales suivantes (on donnera les valeurs exactes).

1. $I = \displaystyle\int_1^2 (6x + \frac{1}{x})\,\mathrm{d}x$
2. $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2t)\,\mathrm{d}t$

Exercice 11 (3 points)

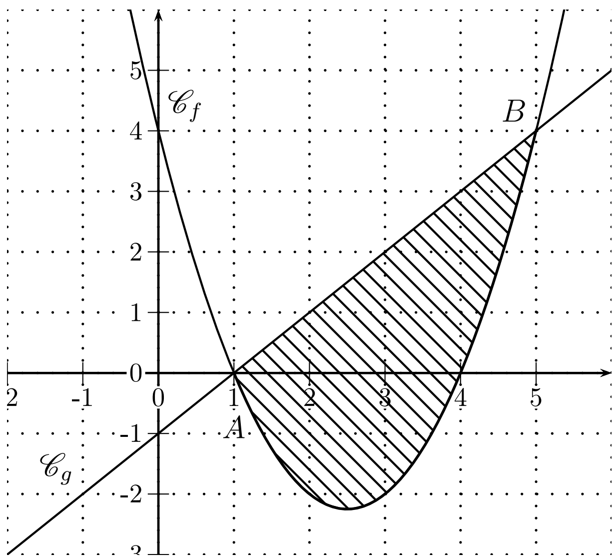
On fabrique un composant automobile en fonte.

La température de la pièce de fonte à sa sortie du four est donnée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(t) = 1370\mathrm{e}^{-0,05x} + 30$ où t est exprimé en heures et $f(t)$en degré Celsius.

1. Vérifier que la fonction F définie par $F(t) = -27400\mathrm{e}^{-0,5t} + 30t$ est une primitive de f sur $[0; +\infty[$.
2. En déduire la température moyenne de la pièce de fonte durant les 20 premières heures.

Exercice 12 (4 points)

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x + 4$ et $g(x) = x - 1$. On admet que les courbes se coupent aux points A et B de coordonnées respectives $A(1; 0)$ et $B(5; 4)$ et que $f(x) \leqslant g(x)$ pour tout réel x vérifiant $1 \leqslant x \leqslant 5$.



Calculer l'aire de la partie hachurée du plan.

Indication : on pourra montrer que cela revient à calculer $\displaystyle\int_1^5 (-x^2 + 6x - 3)\,\mathrm{d}x$.