

Nom :
Prénom :
Classe :

Jeudi 23 mars 2017

Seconde générale Contrôle commun de mathématiques

L'usage de la calculatrice est autorisé.

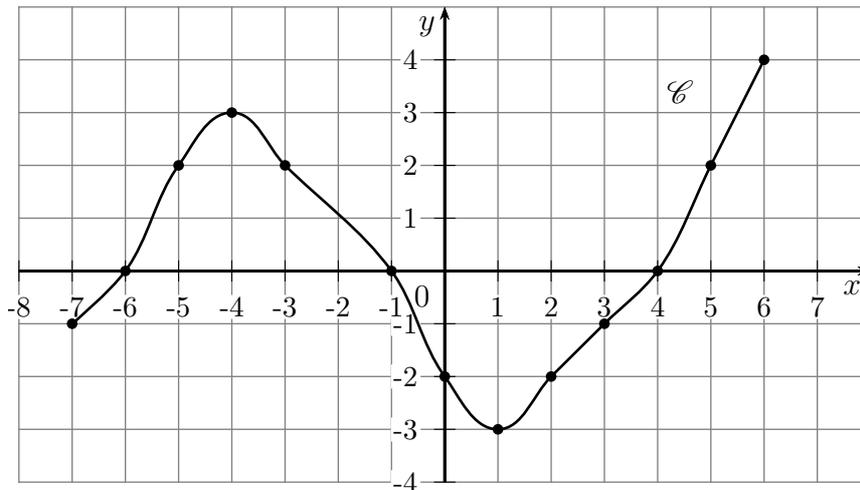
La qualité de la rédaction et des justifications sera prise en compte dans la notation.

Le sujet est à compléter et à rendre avec la copie.

Le sujet comporte quatre pages numérotées de 1 à 4.

Exercice 1 (2,5 points)

Dans cet exercice on pourra donner les réponses sans justification.
On donne ci-dessous la courbe \mathcal{C} d'une fonction f .



1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Lire graphiquement l'image par f de chacun des réels suivants : -5 ; 2 .
3. Donner les antécédents de 0 par f .
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 2$.

Exercice 2 (2,5 points+1)

On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-4; 5]$.

x	-4	-1	3	5
$f(x)$	1		4	2

↘ ↗ ↘

De plus, les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont -2 et 1 .

1. Indiquer le maximum de f et en quelle(s) valeur(s) il est atteint. (On ne demande pas de justifier).
2. Compléter l'encadrement suivant (sans justification) :
Lorsque $x \in [-4; -1]$, $\dots \leq f(x) \leq \dots$
3. Compléter l'encadrement suivant (sans justification) :
Lorsque $x \in [-4; 3]$, $\dots \leq f(x) \leq \dots$
4. Comparer $f(3, 62)$ et $f(4, 03)$. Justifier.
5. Bonus (1 point)
Tracer la courbe d'une fonction f compatible avec toutes les données de l'énoncé.

Exercice 3 (5,5 points)

1. Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ du plan, placer les points $A(-1; 6)$, $B(5; 9)$, $C(5; -6)$ et $D(1; 2)$.
2. (a) Montrer que $AB = 3\sqrt{5}$. puis calculer la longueur AC .
(b) On admet que $BC = 15$. En déduire la nature du triangle ABC . Justifier.
3. (a) Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{CA} .
(b) Montrer que $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$. Que peut-on en déduire pour les points A , C , D ?
4. Soit $E(5; 4)$. Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Exercice 4 (5 points)

On étudie un nouveau logiciel qui est censé filtrer les messages indésirables (ou spams) sur une messagerie électronique.

Les concepteurs l'ont testé pour 1 000 messages reçus et ont observé que :

- 70% des messages reçus sont des spams
- 95% des spams sont éliminés
- 2% des messages bienvenus sont éliminés

1. Compléter le tableau d'effectifs suivant (aucune justification n'est attendue) :

	Spams	Messages bienvenus	Total
Messages éliminés	665		
Messages conservés			
Total			1 000

2. On choisit un message au hasard. Tous les messages ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :
 - S : « le message est un spam »
 - E : « le message est éliminé »On notera respectivement \overline{S} et \overline{E} leurs contraires.
 - (a) Calculer $P(S)$ et $P(E)$.
 - (b) Calculer $P(\overline{S})$.
 - (c) Traduire par une phrase l'événement $S \cap E$ puis calculer sa probabilité $P(S \cap E)$.
 - (d) Traduire par une phrase l'événement $S \cup E$ puis calculer sa probabilité $P(S \cup E)$.
 - (e) Le logiciel se trompe s'il conserve un spam ou s'il élimine un message bienvenu.
Quelle est la probabilité de l'événement A : « le logiciel se trompe » ?

Exercice 5 (4,5 points)

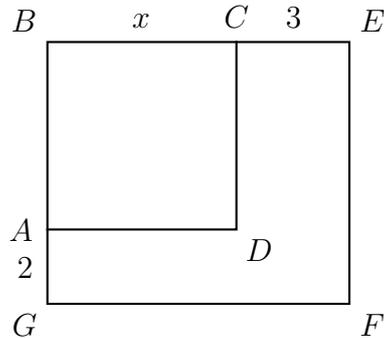
Partie 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 5x - 6$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 6)(x + 1)$
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.

Partie 2

L'unité est le centimètre. Soient $x \geq 0$, et $ABCD$ un carré de côté x . On prolonge le côté $[BC]$ de 3 cm et le côté $[BA]$ de 2 cm comme sur la figure ci-dessous.



Le but de cette partie est de déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du rectangle $BEFG$ est le double de l'aire du carré $ABCD$.

1. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}(x)$ du carré $ABCD$ et l'aire $\mathcal{B}(x)$ du rectangle $BEFG$.
2. Montrer que résoudre l'équation $\mathcal{B}(x) = 2\mathcal{A}(x)$ est équivalent à résoudre l'équation $x^2 - 5x - 6 = 0$.
3. Conclure en utilisant la partie 1.

Exercice 6 (bonus, 2 points)

À l'occasion de la fête du cinéma, un cinéma propose deux formules promotionnelles :

Offre A : 25 euros, puis 4 euros la place.

Offre B : 35 euros, puis 2,5 euros la place.

1. Compléter l'algorithme suivant qui renvoie le forfait à choisir et la dépense totale en fonction du nombre N de séances.

Variables :	N entier, X, Y réels.
Entrée :	Entrer N .
Traitement :	X prend la valeur $25 + 4 \times N$ Y prend la valeur ...
	Si alors
Sortie :	Afficher « Choisir l'offre ... » Afficher « La dépense est de », ...
	Sinon
	Afficher « Choisir l'offre ... » Afficher « La dépense est de », ...
	Fin Si

2. Chloé envisage d'aller voir 6 films, que renvoie alors l'algorithme?