1G - groupes 8 et 9 - Spécialité mathématiques
Correction du travail à distance n°11 pour le lundi 15 juin 2020.

Exercice 1 (boucle pour et liste en Python)

1. Préciser les valeurs prises par k lors de l'instruction :
   (a) `for k in range(9)`
   k prend les valeurs $0; 1; \dots; 8$.
   (b) `for k in range(0,3)`
   k prend les valeurs $0; 1; 2$.
   (c) `for k in range(7,15)`
   k prend les valeurs $7; 8; \dots; 14$.
2. Soit la liste `L=[i**2-5 for i in range(4)]`. Écrire cette liste en extension et donner `L[0]` et `L[2]`.
   La liste en extension est `[-5,-4,-1,4]`.
   `L[0]` renvoie 5, et `L[2]` renvoie -1.
3. Quelle instruction peut-on utiliser en Python pour générer la liste des inverses des entiers de 5 à 10 ?
   On peut entrer `C=[1/i for i in range(5,11)]`

Exercice 2 (liste en Python)

On considère la liste `L=[2,11,6,8,11]`

1. Que renvoie l'instruction `len(L)` ?
   C'est la longueur de la liste : 5.
2. Que devient la liste après l'instruction `L.append(6)` ?
   On obtient `[2,11,6,8,11,6]` (on a ajouté 6 en fin de liste).
3. Que devient la liste initiale après l'instruction `L.pop(2)` ?
   On obtient `[2,11,8,11]` (on a enlevé l'élément de "rang" 2, c'est-à-dire le 3^{e} élément de la liste).
4. Que devient la liste initiale après l'instruction `L.remove(11)` ?
   On obtient `[2,6,8,11]` (on a enlevé le premier 11 qui se trouve dans la liste).
5. Quelle instruction peut-on utiliser pour générer la liste composée des entiers impairs de L ?
   On utilise l'instruction `A=[i for i in L if i%2!=0]`.
   Ou encore `A=[i for i in L if i%2==1]`.

Exercice 3

1. Soit la fonction Python suivante :
```
def A(n):
    L=[2-7*i for i in range(n+1)]
    return(L)
```
   (a) Écrire A(6) en extension.
   `[2,-5,-12,-19,-26,-33,-40]`
   (b) La fonction A renvoie la liste des $(n+1)$ premiers termes d'une suite. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de cette suite.
   `A(n)` renvoie la liste des (n+1) premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison -7.
   Si l'on pose u_0 pour le premier terme, elle renvoie les termes de u_0 à u_n, soit $(n+1)$ termes.

2. Écrire une fonction Python B d'argument n qui renvoie la liste des $(n+1)$ premiers termes de la suite géométrique définie par $u_0 = 4$ et de raison 3. Donner la liste en extension lorsqu'on entre $n = 7$.

```
def B(n):
    L=[4*3**i for i in range(n+1)]
    return(L)
```

`B(7)` renvoie la liste `[4,12,36,108,324,972,2916,8748]`

Exercice 4 (sujet C page 133)

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -x^4 + 3x^3$.

1. Pente de la sécante entre les abscisses 1 et 1,5.

   Le taux d'accroissement de f entre les abscisses a et b est $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

   C'est le coefficient directeur de la sécante qui passe par les points de coordonnées $(a; f(a))$ et $(b; f(b))$.

   $m = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = \dfrac{f(1,5)-f(1)}{1,5-1} = \dfrac{5,0625-2}{0,5} = 6,125$.

2. (a) Algorithme qui crée la liste des pentes des sécantes entre les abscisses 1 et $1+h$, où h varie de 0,1 à 0,01 avec un pas de 0,01.

   L $\leftarrow$ [0]
   h $\leftarrow$ 0,1
   Tant que $h > 0,01$
       $m \leftarrow \dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$
       L $\leftarrow$ L+[m]
       $h \leftarrow h - 0,01$
   Fin Tant que

   (b) Le tableau donne les résultats arrondis au centième de cet algorithme.

5,29	5,26	5,23	5,20	5,18	5,15	5,12	5,09	5,06	5,03

   On conjecture que $f'(1) = 5$ car, pour une fonction f dérivable en a,

   $$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

   (c) Calculons $f'(x)$ et vérifions la conjecture.
   f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme toute fonction polynôme.
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -4x^3 + 3 \times 3x^2 = -4x^3 + 9x^2$.
   Donc $f'(1) = -4 + 9 = 5$. La conjecture est démontrée.

3. (a) Montrons que (Ox) est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'absicces 0.
   $f'(0) = 0$, et $f(0) = 0$.
   On rappelle l'équation de la tangente au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
   Ici, $y = f'(0)(x-0) + f(0) = 0 + 0 = 0$.
   L'axes des abscisses, d'équation $y = 0$, est bien la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

   (b) $\mathscr{C}$ admet-elle d'autres tangantes parallèles à l'axe des abscisses ?
   $T_a // (Ox)$ ssi $f'(a) = 0$ (car $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente T_a).
   Or, $f'(x) = 0$ ssi $x^2(-4x+9) = 0$ ssi $(x = 0$ ou $x = \dfrac{9}{4})$.
   Il existe donc deux tangentes à $\mathscr{C}$ parallèles à l'axe des abscisses, ce sont la tangente au point d'abscisse $\dfrac{9}{4}$, et la tangente au point d'abscisse 0 vue précédemment.