Devoir maison n° 8
À rendre pour le samedi 20/01/2018

Exercice 1

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^x + x + 1$.

1. Étudier les variations de g ainsi que ses limites en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur $\mathbb{R}$. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,01$.
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$.
Notons $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$. Interpréter le résultat.
2. Montrer que $f(x) = \dfrac{x}{1 + \mathrm{e}^{-x}}$. En déduire la limite en $+\infty$ de f.
3. Montrer que $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x g(x)}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}$. En déduire le tableau de variations complet de f.
4. (a) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   (b) Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et T.

Exercice 2 (n° 133 page 119 du livre)

Devoir maison n° 8
À rendre pour le samedi 20/01/2018

Exercice 1

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^x + x + 1$.

1. Étudier les variations de g ainsi que ses limites en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur $\mathbb{R}$. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,01$.
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$.
Notons $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$. Interpréter le résultat.
2. Montrer que $f(x) = \dfrac{x}{1 + \mathrm{e}^{-x}}$. En déduire la limite en $+\infty$ de f.
3. Montrer que $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x g(x)}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}$. En déduire le tableau de variations complet de f.
4. (a) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   (b) Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et T.

Exercice 2 (n° 133 page 119 du livre)