

NOM : 30/11/2023

Prénom :

BTS CRSA2. Interrogation de mathématiques n° 4

Exercice 1 (4 points)
On se propose de résoudre le système $\begin{cases} -4x + y + 0,1z = 1 \\ 11x - 3y - 0,2z = 1 \\ -6x + 2y + 0,1z = 2 \end{cases}$ à l'aide

de matrices.

1. Préciser des matrices A , X et B de sorte le système soit équivalent à $AX = B$.
2. Calculer A^{-1} à l'aide de la calculatrice.
3. En déduire la résolution du système.

Exercice 2 (4 points)

Une entreprise désire fabriquer de nouveaux jouets pour Noël : une poupée B et une poupée K. Elle désire commander les matières premières nécessaires pour la fabrication de ces jouets. On dispose des informations suivantes :

La fabrication d'une poupée B nécessite 0,094kg de coton biologique, 0,2kg de plastique végétal et 0,4kg de pièces métalliques.

La fabrication d'une poupée K nécessite 0,08kg de coton biologique, 0,3kg de plastique végétal et 0,1kg de pièces métalliques.

Par ailleurs, l'entreprise a réalisé les prévisions de ventes suivantes :

- elle pense vendre 1000 poupées B et 800 poupées K en novembre ;
- elle pense vendre 2500 poupées B et 1200 poupées K en décembre.

On pose les matrices $A = \begin{pmatrix} 0,094 & 0,08 \\ 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1000 & 2500 \\ 800 & 1200 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le produit $A \times B$. On pourra donner le résultat sans justification.
2. En déduire la quantité de coton biologique à commander pour le mois de décembre, et la quantité de plastique végétal pour le mois de novembre.

Exercice 3 (4 points)

Compléter les tableaux.

1. Dérivée

Fonction $f(x)$	Dérivée $f'(x)$
$f(x) = x^3 + x$	
$f(x) = x^2 + 9$	
$f(x) = \cos(5x)$	
$f(x) = e^{4x}$	
$f(x) = \ln(x)$	

2. Primitive

Fonction $f(x)$	Une primitive $F(x)$
$f(x) = 2x + 5$	
$f(x) = e^{5x}$	
$f(x) = \cos(2x)$	

Exercice 4 (3 points)

Soit f la fonction définie sur $[0; 2]$ par $f(x) = x^2$.

1. Donner une primitive F de f sur $[0; 2]$.
2. Calculer la valeur moyenne de f sur $[0; 2]$.

Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f continue sur un inter-

valle $[a; b]$ est $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

Exercice 5 (intégration par parties, 5 points)

1. Compléter.

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I dont les dérivées sont continues sur I , alors, quels que soient les réels a et b de I , on a :

$$\int_a^b u'(x)v(x) dx = \dots\dots\dots$$

2. On cherche à calculer $I = \int_0^1 (4x - 11)e^{4x} dx$ à l'aide d'une intégration par parties.

On pose $u'(x) = e^{4x}$ et $v(x) = 4x - 11$.

- (a) Préciser des expressions possibles pour $u(x)$ et $v'(x)$.
- (b) Calculer I .