Interrogation n° 5
Éléments de correction Sujet 1

Exercice 1 (bonus, 1 point)
Donner l'expression d'une fonction affine f telle que $f\big(f(2)\big) = 23$.
Posons $f(x) = ax + b$.
$f(f(x)) = a(ax+b) + b = a^2x + ab + b$.
$f(f(2)) = 23$ ssi les nombres a et b vérifient $2a^2 + ab + b = 23$
En prenant par exemple $a = 2$, il vient $8 + 3b = 23$, soit $b = 5$.

$\boxed{\text{La fonction } f \text{ définie par } f(x) = 2x+5 \text{ convient. Il y a d'autres réponses possibles.}}$

Exercice 2 (1 point)

x	$-\infty$		$-9/4$		$+\infty$
$4x+9$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$21-3x$		$+$	0	$-$	

Exercice 3 (9 points)
Résoudre les inéquations suivantes.

1. $(x-5)(8x+1) > 0$.
   Valeurs clés : $x - 5 = 0$ ssi $x = 5$ et $8x + 1 = 0$ ssi $x = -1/8$.

x	$-\infty$		$-1/8$		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$8x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-5)(8x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S = \left]-\infty; -\frac{1}{8}\right[\cup \left]5; +\infty\right[.}$$

2. $\dfrac{(x+5)(-3-x)}{(7x+1)} \geqslant 0$.

x	$-\infty$		-5		-3		$-1/7$		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-x-3$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$7x+1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{(x+5)(-3-x)}{(7x+1)}$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

$$\boxed{S = \left]-\infty; -5\right] \cup \left[-3; -\frac{1}{7}\right[.}$$

3. $(x+3)^2 < 25x^2$.
   Indication : montrer que cette équation équivaut à $(6x+3)(-4x+3) < 0$.
   $(x+3)^2 < 25x^2$ ssi $(x+3)^2 - (5x)^2 < 0$,
   ssi $(x+3+5x)(x+3-5x) < 0$ ssi $(6x+3)(-4x+3) < 0$.
   Valeurs clés : $-1/2$ et $3/4$.

x	$-\infty$		$-1/2$		$3/4$		$+\infty$
$6x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$(6x+3)(-4x+3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$\boxed{S = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{4}; +\infty\right[.}$$

4. $\dfrac{x-1}{x+4} \geqslant -2$.
   $\dfrac{x-1}{x+4} + 2 \geqslant 0$, soit $\dfrac{x-1+2(x+4)}{x+4} \geqslant 0$, soit $\dfrac{3x+7}{x+4} \geqslant 0$.

x	$-\infty$		-4		$-7/3$		$+\infty$
$3x+7$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{3x+7}{x+4}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S = \left]-\infty; -4\right[\cup \left[-\frac{7}{3}; +\infty\right[.}$$

5. $\dfrac{-15x-7}{3x+1} < -5$.
   $\dfrac{-15x-7}{3x+1} + 5 < 0$, ssi $\dfrac{-15x-7+5(3x+1)}{3x+1} < 0$, $\dfrac{-2}{3x+1} < 0$.

x	$-\infty$		$-1/3$		$+\infty$
-2		$-$		$-$	
$3x+1$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{-2}{3x+1}$		$+$	$\Vert$	$-$	

$$\boxed{S = \left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[.}$$

Éléments de correction Sujet 2
Réponses non détaillées

Exercice 4 (1 point)

1.

x	$-\infty$		$5/6$		$+\infty$
$6x-5$		$-$	0	$+$	

2.

x	$-\infty$		9		$+\infty$
$18-2x$		$+$	0	$-$	

Exercice 5 (9 points)

Résoudre les inéquations suivantes. Donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalle.

1. $(2x+5)(x-1)>0$.

x	$-\infty$		$-5/2$		1		5
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x+5)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S=\left]-\infty;-\dfrac{5}{2}\right[\cup\,]1;+\infty[.}$

2. $\dfrac{x+1}{(2x-3)(-4x+20)}\geqslant 0$.

x	$-\infty$		-1		$3/2$		5		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+20$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{x+1}{(2x-3)(-4x+20)}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	

$\boxed{S=]-\infty;-1]\cup\left]\dfrac{3}{2};5\right[.}$

3. $(x+1)^2<16x^2$.
Indication : montrer que cette équation équivaut à $(5x+1)(-3x+1)<0$.
$(x+1)^2<16x^2$ ssi $(x+1)^2-(4x)^2<0$, ssi $(x+1+4x)(x+1-4x)<0$, ssi $(5x+1)(-3x+1)<0$.
Valeurs clés : $-1/5$ et $1/3$.

x	$-\infty$		$-1/5$		$1/3$		5
$5x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
$(5x+1)(-3x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S=\left]-\infty;-\dfrac{1}{5}\right[\cup\left]\dfrac{1}{3};+\infty\right[.}$

4. $\dfrac{3x+7}{-x+4}\geqslant 5$.
$\dfrac{3x+7}{-x+4}\geqslant 5$ ssi $\dfrac{3x+7}{-x+4}-\dfrac{5(-x+4)}{-x+4}\geqslant 0$, ssi $\dfrac{3x+7+5x-20}{-x+4}\geqslant 0$, ssi $\dfrac{8x-13}{-x+4}\geqslant 0$.

x	$-\infty$		$13/8$		4		5
$8x-13$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+4$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{8x-13}{-x+4}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

$\boxed{S=\left[\dfrac{13}{8};4\right[.}$

5. $\dfrac{6x}{2x+11}<3$.
$\dfrac{6x}{2x+11}<3$ ssi $\dfrac{6x}{2x+11}-3<0$, ssi $\dfrac{6x-3(2x+11)}{2x+11}<0$ ssi $\dfrac{-33}{2x+11}<0$.

x	$-\infty$		$-11/2$		$+\infty$
-33		$-$		$-$	
$2x+11$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{-33}{2x+11}$		$+$	$\Vert$	$-$	

$\boxed{S=\left]-\dfrac{11}{2};+\infty\right[.}$

Exercice 6 (bonus, 1 point)

Donner l'expression d'une fonction affine f telle que $f\big(f(2)\big)=23$.
Voir sujet 1