

Exercice 1 (Questions de cours, 4 points)

1. Énoncer la propriété appelée "règle des signes".

Le produit ou quotient de deux nombres de même signe est positif.

Le produit ou quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

2. Énoncer la propriété relative au signe de $ax + b$, où a et b sont des réels, $a \neq 0$. (indication : il y a deux cas à distinguer).

$ax + b = 0$ pour $x = -\frac{b}{a}$.

— Si $a > 0$, alors le signe de $ax + b$ est donné par :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	
$f(x) = ax + b$		-	0	+

— Si $a < 0$, alors le signe de $ax + b$ est donné par :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	
$f(x) = ax + b$		+	0	-

Exercice 2 (2 points)

Soient x et y deux nombres réels vérifiant $-5 < x < 2$ et $4 < y < 7$.

1. Déterminer un encadrement de $-4x + 1$. On a $-5 < x < 2$.

En multipliant par $-4 < 0$, le sens de l'inégalité change : $20 > -2x > -8$.

En ajoutant 1 membre à membre, le sens de l'inégalité est conservé : $21 > -4x + 1 > -7$.

$$\boxed{-7 < -4x + 1 < 21.}$$

2. Déterminer un encadrement de $x - y$.

On a $4 < y < 7$.

En multipliant par $-1 < 0$, le sens de l'inégalité change, on a

donc $-4 > -y > -7$.

Ainsi, $-7 < -y < -4$.

On rappelle $-5 < x < 2$.

On peut ajouter membre à membre des inégalités de même sens.

Il vient $-7-5 < x-y < -4+2$, c'est-à-dire $-12 < x-y < -2$.

$$\boxed{-12 < x - y < -2.}$$

Exercice 3 (8 points)

Résoudre les inéquations suivantes. Donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

1. $-\frac{2}{3}x - 5 < x + \frac{1}{2}$
 $-\frac{2}{3}x - 5 < x + \frac{1}{2}$ ssi $-\frac{5}{3}x < \frac{11}{2}$ ssi $x > -\frac{11}{2} \times \frac{3}{5}$ ssi $x > -3,3$.

$$\boxed{S =]-3,3; +\infty[.}$$

2. $(-2x + 10)(x + 4) > 0$.

Valeurs clés :

$$-2x + 10 = 0 \text{ ssi } x = 5.$$

$$x + 4 = 0 \text{ ssi } x = -4$$

x	$-\infty$	-4	5	$+\infty$		
$-2x + 10$		+	+	0	-	
$x + 4$		-	0	+	+	
$(-2x + 10)(x + 4)$		-	0	+	0	-

$$\boxed{S =]-4; 5[.}$$

3. $\frac{2x + 1}{(x - 6)(-3x + 12)} \geq 0$.

Valeurs clés :

$$2x + 1 = 0 \text{ ssi } x = -\frac{1}{2}.$$

$$x - 6 = 0 \text{ ssi } x = 6 \text{ (valeur interdite)}$$

$-3x + 12 = 0$ ssi $x = 4$ (valeur interdite).

x	$-\infty$	$-1/2$	4	6	$+\infty$
$2x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 6$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-3x + 12$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$\frac{2x + 1}{(x - 6)(-3x + 12)}$	$+$	0	$-$	$+$	$-$

$$S = \left] -\infty; -\frac{1}{2} \right] \cup]4; 6[.$$

4. $\frac{3x + 7}{-x + 4} \geq 5$.

$$\frac{3x + 7}{-x + 4} \geq 5 \text{ ssi } \frac{3x + 7}{-x + 4} - \frac{5(-x + 4)}{-x + 4} \geq 0, \text{ ssi}$$

$$\frac{3x + 7 + 5x - 20}{-x + 4} \geq 0, \text{ ssi } \frac{8x - 13}{-x + 4} \geq 0.$$

x	$-\infty$	$13/8$	4	5
$8x - 13$	$-$	0	$+$	$+$
$-x + 4$	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{8x - 13}{-x + 4}$	$-$	0	$+$	$-$

$$S = \left[\frac{13}{8}; 4 \right[.$$

Exercice 4 (6 points)

Un laboratoire teste l'efficacité d'un vaccin sur des souris. Toutes ont reçu le virus étudié, certaines ont été vaccinées mais pas les autres.

Certaines ont développé la maladie, d'autres pas.

Sur 320 souris étudiées, 190 ont été vaccinées.

230 souris ont développé la maladie, et parmi celles-ci 140 avaient reçu le vaccin.

	Souris malades	Souris non malades	Total
Souris vaccinées	140	50	190
Souris non vaccinées	90	40	130
Total	230	90	320

- Compléter les effectifs dans le tableau.
- Déterminer les proportions suivantes, en pourcentage à 1 % près :

(a) p_1 de souris n'ayant pas développé la maladie.

$$p_1 = \frac{90}{320} \approx 0,28.$$

Environ 28 % des souris ont développé la maladie.

(b) p_2 de souris non vaccinées.

$$p_2 = \frac{130}{320} \approx 0,41.$$

Environ 41 % des souris n'ont pas été vaccinées.

(c) p_3 de souris ayant développé la maladie parmi celles qui ont été vaccinées.

$$p_3 = \frac{140}{190} \approx 0,74.$$

Environ 74 % des souris vaccinées ont développé la maladie.

(d) p_4 de souris ayant développé la maladie parmi celles qui n'ont pas été vaccinées.

$$p_4 = \frac{90}{130} \approx 0,69.$$

Environ 69 % des souris non vaccinées ont développé la maladie.

- Que peut-on penser de l'efficacité du vaccin ?

$p_4 < p_3$: la proportion de souris malades est plus importante chez les souris qui ont été vaccinées.

Il semble que le vaccin ne soit pas du tout efficace.