1STI3 - Mathématiques spécialité
Correction du travail à distance n°11

Exercice 1 (95 page 262)

Déterminer toutes les primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = 3\sin(3x+\pi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right).$$

Les primitives de f sont les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = -\cos(3x+\pi) + \sin\left(-x + \frac{2\pi}{3}\right) + k, \text{ où } k \in \mathbb{R}.$$

Exercice 2 (99 page 262)

Soit $g(x) = 3\sin(2x) - 4\sin(3x)$.

1. Justifier que g a des primitives sur $\mathbb{R}$.
   Comme toute fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, g admet des primitives sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer la primitive de g qui s'annule en $x = \pi$.
   Les primitives de g sont les fonctions G telles que
   $$G(x) = -\frac{3}{2}\cos(2x) + \frac{4}{3}\cos(3x) + k \text{ où } k \in \mathbb{R}.$$
   Pour la primitive qui s'annule en π, on a $G(\pi) = 0$.
   D'où $-\frac{3}{2}\cos(2\pi) + \frac{4}{3}\cos(3\pi) + k = 0$
   $-\frac{3}{2} \times 1 + \frac{4}{3} \times (-1) + k = 0$
   $k = \frac{3}{2} + \frac{4}{3}$
   $k = \frac{9}{6} + \frac{8}{6}$
   $k = \frac{17}{6}$

La primitive de g qui s'annule en π est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$G(x) = -\frac{3}{2}\cos(2x) + \frac{4}{3}\cos(3x) + \frac{17}{6}$$