Seconde. Interrogation de mathématiques n° 8
Correction du Sujet 1

Exercice 1 (questions de cours, 3 points)

1. Donner la formule de la moyenne d'une série statiistique dont les valeurs sont x_1, $\dots x_p$, les effectifs respectifs n_1, $\dots$, n_p, et N est l'effectif total.

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{N}$$

2. Donner la définition du troisième quartile Q_3 d'une série statistique.
Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des valeurs soient inférieures ou égales à Q_3.
3. Donner la formule de la variance V d'une série statistique (avec les mêmes notations que la question 1), puis celle de l'écart-type σ.

$$V = \frac{n_1(\overline{x} - x_1)^2 + n_2(\overline{x} - x_2)^2 + \cdots + n_p(\overline{x} - x_p)^2}{N}$$
$$\sigma = \sqrt{V}$$

Exercice 2 (5 points)

On donne les performances de deux coureuses au 400 m haies.

Temps de parcours (en s)	57	59	61	63	65	67
Catherine (nombre de courses)	4	12	11	15	9	9
Elise (nombre de courses)	1	11	12	19	9	8

1. Déterminer le temps de parcours moyen de Catherine.
Pour Catherine, $N = 4 + 12 + 11 + 15 + 9 + 9 = 60$.
$\overline{x_C} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{N}$
$\overline{x_C} = \dfrac{57 \times 4 + \cdots + 67 \times 9}{60} \approx 62,33$.
2. À l'aide de la calculatrice, donner sans justification l'écart-type de Catherine, et la moyenne et l'écart-type d'Élise.
L'écart-type pour Catherine est $\sigma_C \approx 2,98$.
Pour Élise, $\overline{x_E} = 62,6$, et $\sigma_E \approx 2,63$.
3. Quelle est la coureuse la plus rapide ? la plus régulière ?
Comme $\overline{x_C} < \overline{x_E}$, Catherine est la plus rapide en moyenne.
Comme $\sigma_E < \sigma_C$, Élise est la plus régulière.

Exercice 3 (6 points)

Un soir de retour de week-end, le temps d'attente de 50 véhicules a été relevé au péage.

Temps d'attente (en min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de véhicules	6	11	8	7	5	4	3	3	2	1
ECC	6	17	25	32	37	41	44	47	49	50

1. Compléter les effectifs cumulés croissantes (ECC) dans le tableau.
2. Déterminer la médiane de la série, et interpréter le résultat.
$N = 50$, pair, $N = 2 \times 25$.
La médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales, qui sont la 25^{e} et la 26^{e}.
$Me = \dfrac{3+4}{2} = 3,5$.
Au moins la moitié des usagers attendent 3,5 minutes ou moins.
Et au moins la moitié des usagers attendent 3,5 minutes ou plus.
3. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3. Interpréter ces résultats.
$\dfrac{N}{4} = \dfrac{50}{4} = 12,5$.
Q_1 est la 13^{e} valeur, Donc $Q_1 = 2$.
Au moins 25% des usagers attentent 2 minutes ou moins.

$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37,5.$
Q_3 est la 38e valeur, Donc $Q_3 = 6$.
Au moins 75% des usagers attentent 6 minutes ou moins.

4. Le responsable du péage en charge de la gestion du traffic considère qu'il faut ouvrir de nouveaux postes si au moins 40 % des usagers attendent 6 minutes ou plus.
Doit-il ouvrir de nouveaux postes de péage ?
$\frac{4+3+3+2+1}{50} = \frac{13}{50} = 0,26.$
26% des usagers attendent 6 minutes ou plus.
$0,26 < 0,4$. Il n'y a pas lieu d'ouvrir de nouveau poste de péage.

Exercice 4 (1 point)
Préciser les valeurs prises par l'entier `k` et le nombre de tours lors de l'instruction `for k in range(1,8)`.
k prend les valeurs 1,2,3,4,5,6,7, ce qui fait 7 tours de boucle.

Exercice 5 (3 points)
Tom va dépenser 800 euros pour ses loisirs en 2021, et par la suite il prévoit de réduite de 15% chaque année ses dépenses dans ce secteur.

1. Quel est le coefficient multiplicateur d'une baisse de 15 % ?
$c = 1 + t = 1 - 0,15 = 0,85.$
Diminuer de 15% revient à multiplier par 0,85.
2. Déterminer le montant qu'il consacrera à ses loisirs en 2022.
$800 \times 0,85 = 680.$
Il consacrera 680 euros à ses loisirs en 2022.
(a) Compléter la fonction Python d'argument $n \geqslant 1$ qui renvoie la dépense qu'il consacre aux loisirs l'année $(2021 + n)$.

```
def Loisir(n) :
  D=800
  for k in range(1,n+1) :
    D=D*0,85
  return(D)
```

(b) Écrire une fonction `Depensetotale` en Python qui renvoie la dépense totale pour les 10 prochaines années (2021-2030 inclus).

```
def depensetotale():
  D=800
  T=800
  for k in range(1,10):
    D=D*0.85
    T=T+D
  return(T)
```

Explication : la première année est comptée avant la boucle, il y a donc 9 tours de boucle à faire pour les 9 dernières années.

Exercice 6 (2 points)
Pour tout entier $n \geqslant 1$, on pose $S(n) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$.

1. Calculer sous forme de fraction irréductible :
$S(2) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}$, et $S(3) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}$.
$S(2) = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$.
$S(3) = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{5}{4} + \frac{1}{9} = \frac{5 \times 9 + 4}{36} = \frac{49}{36}$.
2. Compléter la fonction Python d'argument n (entier non nul) qui renvoie $S(n)$.

```
def Somme(n) :
  S=0
  for k in range(1,n+1) :
    S=S+1/k**2
  return(S)
```