

Correction du devoir maison n° 2

Exercice 1

On donne pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ et $g(x) = -x + 1$.

1. Calculer les images par f et par g de -1 , $\sqrt{3}$ et $\frac{1}{5}$.

$$\begin{aligned} f(-1) &= -(-1)^2 + 2 \times (-1) + 1 & g(-1) &= -(-1) + 1 \\ &= -1 - 2 + 1 & &= 1 + 1 \\ &= -2 & &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3}) &= -(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1 & g(\sqrt{3}) &= -\sqrt{3} + 1 \\ &= -3 + 2\sqrt{3} + 1 & & \\ &= -2 + 2\sqrt{3} & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(5) &= -5^2 + 2 \times 5 + 1 & g(5) &= -5 + 1 \\ &= -25 + 10 + 1 & &= -4 \\ &= -14 & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{5}\right) &= -\left(\frac{1}{5}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{5} + 1 & g\left(\frac{1}{5}\right) &= -\frac{1}{5} + 1 \\ &= -\frac{1}{25} + \frac{2}{5} + 1 & &= -\frac{1}{5} + \frac{5}{5} \\ &= -\frac{1}{25} + \frac{10}{25} + \frac{25}{25} = \frac{34}{25} & &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

2. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

- (a) \mathcal{C}_f passe par le point de coordonnées $(-2; -7)$.

$$f(-2) = -(-2)^2 + 2 \times (-2) + 1 = -4 - 4 + 1 = -7.$$

Oui, \mathcal{C}_f passe par le point de coordonnées $(-2; -7)$.

- (b) L'image de 0 par g est 1.

$$g(0) = -0 + 1 = 1.$$

Oui, l'image de 0 par g est 1.

- (c) $\sqrt{2} - 1$ est un antécédent de 0 par f .

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2} - 1) &= -(\sqrt{2} - 1)^2 + 2(\sqrt{2} - 1) + 1 \\ &= -(2 - 2\sqrt{2} + 1) + 2\sqrt{2} - 2 + 1 \\ &= -2 + 2\sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2} - 1 \\ &= -4 + 4\sqrt{2} \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Non, $\sqrt{2} - 1$ n'est pas un antécédent de 0 par f .

- (d) Les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent aux points d'abscisses 0 et 3.

$$f(0) = 0 + 0 + 1 = 1.$$

$$g(0) = -0 + 1 = 1.$$

Donc $f(0) = g(0)$: \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent au point d'abscisse 0.

$$f(3) = -3^2 + 2 \times 3 + 1 = -9 + 6 + 1 = -2.$$

$$g(3) = -3 + 1 = -2.$$

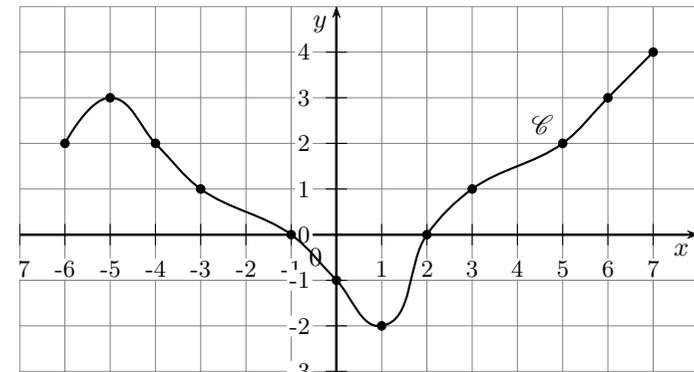
Donc $f(3) = g(3)$.

\mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent aussi au point d'abscisse 3.

Oui, \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent aux points d'abscisses 0 et 3.

Exercice 2

On donne ci-dessous la courbe \mathcal{C} d'une fonction f .



1. Donner l'ensemble de définition de f .

$$D_f = [-6; 7].$$

2. Lire graphiquement l'image par f de chacun des réels suivants : -4 ; -1 ; 0 ; 2 ; 3 ; 5 .

$$f(-4) = 2 ; f(-1) = 0 ; f(0) = -1 ; f(2) = 0 ; f(3) = 1 ; f(5) = 2.$$

3. Rechercher les antécédents de 3 par f .

Les antécédents de 3 par f sont -5 et 6 .

4. Rechercher les antécédents de -3 par f .

-3 n'a pas d'antécédent par f .

5. Donner un nombre qui ait un seul antécédent par f .

-2 admet un seul antécédent qui est 1, ou encore 4 admet un seul antécédent qui est 7.

6. Quel est l'ensemble des valeurs prises par f ?

L'ensemble des valeurs prises par f est $[-2; 4]$.