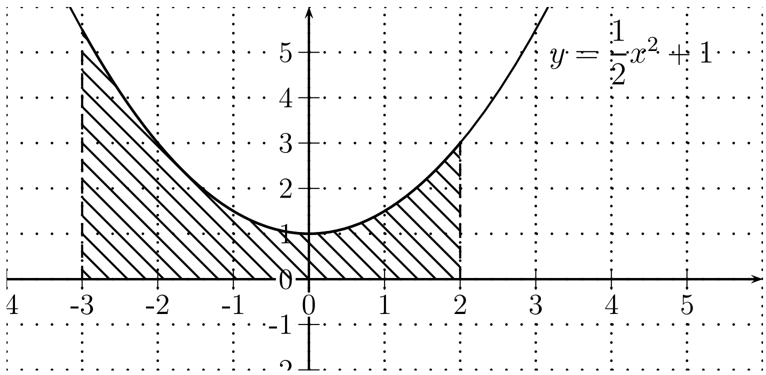
Terminale STL. Spécialité. Correction du contrôle n° 2

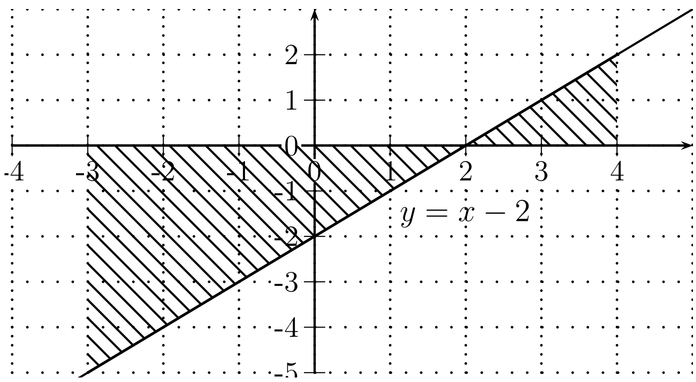
Exercice 1 (5 points)

Exprimer avec une ou des intégrales l'aire du domaine hachuré (en unité d'aire, u. a.). On ne demande pas de la calculer.

1. L'aire du domaine (en u. a.) est égale à $\displaystyle\int_{-3}^{2} (\frac{1}{2}x^2 + 1)\ \mathrm{d}x$ (car $f \geqslant 0$ sur $[-3; 2]$.



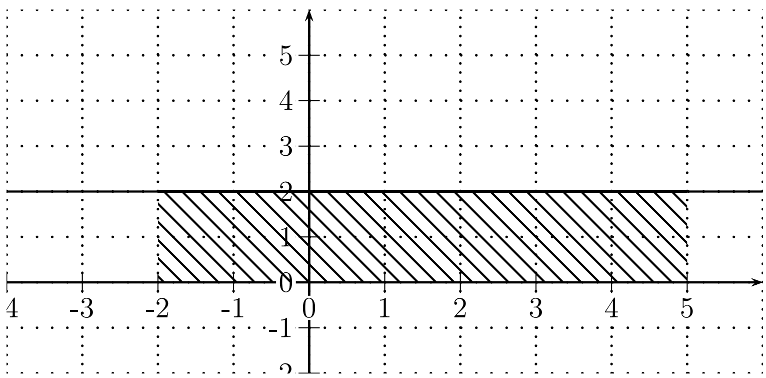
2. L'aire du domaine (en u. a.) est égale à $\displaystyle -\int_{-3}^{2} (x-2)\ \mathrm{d}x + \int_{2}^{4} (x-2)\ \mathrm{d}x$ (f change de signe, attention).



Exercice 2 (7points)

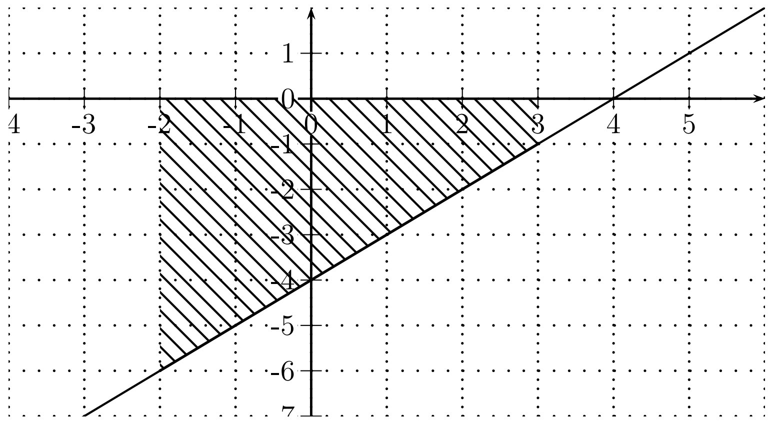
1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $f(x) = 2$.

   (a) Tracer la représentation graphique de f.



   (b) Calculer $\displaystyle\int_{-2}^{5} f(x)\ \mathrm{d}x = L \times \ell = 7 \times 2 = 14$.

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $f(x) = x - 4$.
   (a) Tracer la représentation graphique de f.



   (b) Justifier que $f(x) \leqslant 0$ sur $[-2;3]$.
   $x - 4 \leqslant 0$ ssi $x \leqslant 4$. Donc $f(x) \leqslant 0$ sur $[-2;3]$.

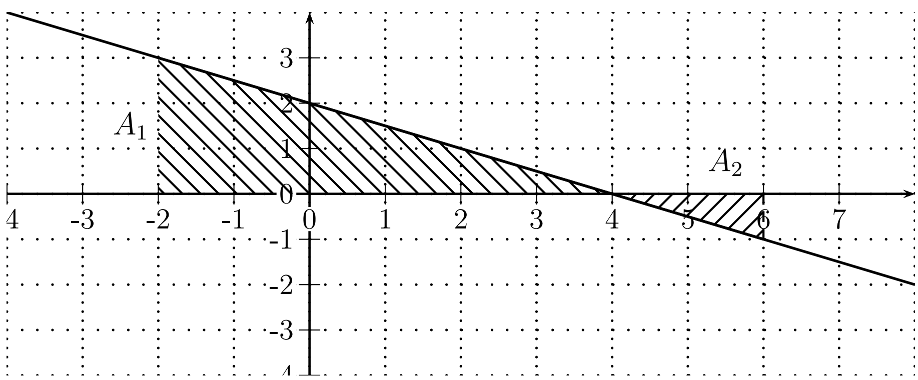
   (c) Calculer $\displaystyle\int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Comme f est négative sur l'intervalle $[-2;3]$,
   $$\int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x = -\text{Aire(trapeze)} = -\frac{B+b}{2} \times h = -\frac{1+6}{2} \times 5 = -\frac{35}{2}$$

Exercice 3 (8 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 2$.

1. Étudier le signe de f. On pourra donner un tableau de signe.
   $f(x) = 0$ ssi $-\dfrac{1}{2}x + 2 = 0$ ssi $x = -2 \times (-2) = 4$.

x	$+\infty$		4		$-\infty$
$-\dfrac{1}{2}x+2$		$+$	0	$-$	

2. La droite représentative de f est donnée ci-dessous. Calculer $\displaystyle\int_{-2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x$.



   f s'annule et change de signe en 4.
   $A_1 = \text{Aire(triangle 1)} = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{6 \times 3}{2} = 9.$
   $A_2 = \text{Aire(triangle 2)} = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{1 \times 2}{2} = 1.$
   $\displaystyle\int_{-2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x = A_1 - A_2 = 9 - 1 = 8.$