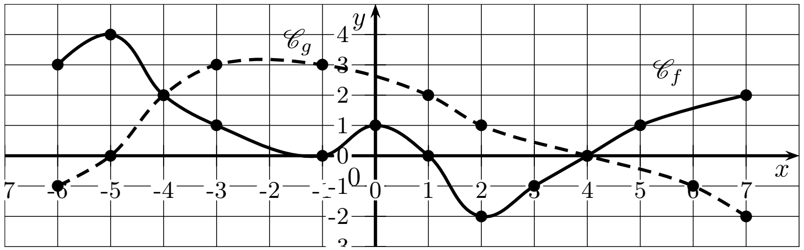
Seconde. Correction du contrôle n° 3. Sujet 1

Exercice 1 (5 points)
On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f en trait plein.
La courbe de la fonction g est représentée en pointillés.



Donner sans justification :

1. l'image de -4 par f. $\boxed{f(-4)=2}$
2. l'image de 5 par f. $\boxed{f(5)=1}$
3. les antécédents de 0 par f. $\boxed{\text{Les antécédents de 0 par } f \text{ sont -1 ; 1 et 4.}}$
4. les solutions de l'équation $f(x)=1$.
   Les solutions sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui ont une ordonnée égale à 1.
   $\boxed{S=\{-3;0;5\}}$
5. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x)\leqslant 2$. $\boxed{S=[-4;7]}$
6. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x)>g(x)$. $\boxed{[-6;-4[\cup]4;7]}$

Exercice 2 (2 points)
Soit f la fonction définie sur $]-\infty;4[\cup]4;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-4}$.

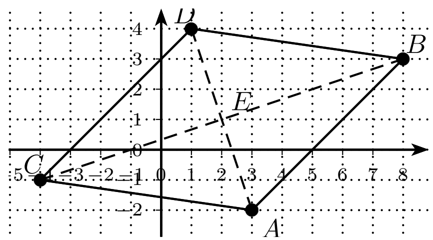
1. Calculer l'image de $\dfrac{5}{2}$ par f, simplifier le résultat.
$$f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{2\times\frac{5}{2}+1}{\frac{5}{2}-4}=\frac{5+1}{\frac{5-8}{2}}=\frac{6}{-\frac{3}{2}}=6\times\frac{-2}{3}=\frac{3\times2\times(-2)}{3}=2\times(-2)=-4.$$
2. Rechercher les antécédents de 3 par f.
   On résout l'équation $f(x)=3$.
   $\dfrac{2x+1}{x-4}=3$ ssi $2x+1=3(x-4)$ ssi $2x+1=3x-12$ ssi $x=13$.
   $\boxed{\text{3 admet un seul antécédent qui est 13.}}$

Exercice 3 (7 points)
Voici les notes du devoir de mathématiques de la classe de M. Albert.

Note	8	9	10	11	12	13	15
Effectif	5	4	7	1	6	5	3
ECC	5	9	16	17	23	28	31

1. Compléter les effectifs cumulés croissantes (ECC) dans le tableau.
2. Calculer la moyenne $\overline{x}$, arrondie à 10^{-1}.
   L'effectif total est $N=31$ (dernier ECC).
   $\overline{x}=\dfrac{x_1n_1+\ldots n_px_p}{N}=\dfrac{8\times5+\cdots+15\times3}{31}=\dfrac{339}{31}\approx 10,9.$
3. Déterminer la médiane de la série.
   $N=31$ est impair. $N=2\times15+1=15+1+15$.
   La médiane est la valeur centrale de la série, soit la 16ᵉ valeur. $\boxed{Me=10}$.
4. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3. Interpréter ces résultats.
   $\dfrac{N}{4}=\dfrac{31}{4}=7,75$. Q_1 est la 8ᵉ valeur. Donc $\boxed{Q_1=9.}$
   $\dfrac{3N}{4}=\dfrac{3\times31}{4}=23,25$. Q_3 est la 24ᵉ valeur. Donc $\boxed{Q_3=13.}$
   Au moins 25% des notes sont inférieures ou égales à 9.
   Au moins 25% des notes sont inférieures ou égales à 13.
5. À l'aide de la calculatrice, donner l'écart-type σ arrondi au dixième. $\boxed{\sigma\approx2,1}$
6. Dans la classe de Mme Breton, on a obtenu une moyenne de 11,4 et un écart-type de 2,6. Quelle classe a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne ?
   $\sigma_A\approx2,1$, et $\sigma_B=2,6$, donc $\sigma_A<\sigma_B$.
   La classe de Mme Breton a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne car l'écart-type est plus grand.

Exercice 4 (6 points)
1. Placer dans un repère orthonormé les points $A(3;-2)$, $B(8;3)$, $C(-4,-1)$, et $D(1;4)$.



2. Déterminer les coordonnées du milieu E de $[AD]$. Placer E.
   E est le milieu de $[AD]$.
   $x_E=\dfrac{x_A+x_D}{2}=\dfrac{3+1}{2}=2.\qquad y_E=\dfrac{y_A+y_D}{2}=\dfrac{4-2}{2}=1.$ $\boxed{\text{Donc } E(2;1).}$

3. Montrer que $ABDC$ est un parallélogramme. Justifier.
$ABDC$ est un parallélogramme ssi les diagonales ont le même milieu.
Déterminons les coordonnées du milieu F de l'autre diagonale $[BC]$, et montrons que $E = F$.
$x_F = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{8-4}{2} = 2.$ $\qquad y_F = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{3-1}{2} = 1.$

Donc $F = E$, et comme les diagonales ont le même milieu, $ABDC$ est un parallélogramme.

4. Calculer la longueur AB.
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

$\boxed{AB = \sqrt{(8-3)^2 + (3+2)^2)} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.}$

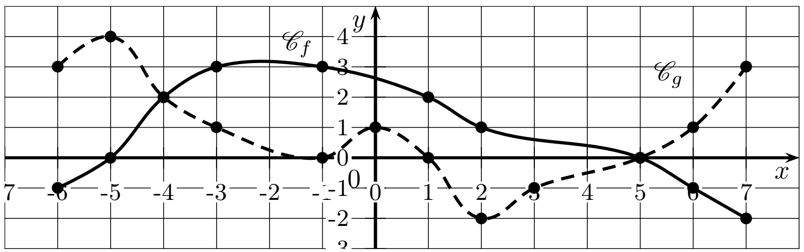
5. $ABDC$ est-il un losange ? Justifier avec précision.
Comme $ABDC$ est un parallélogramme, $ABDC$ est un losange ssi il a deux côtés consécutifs de même longueur.
On sait déjà que $AB = 5\sqrt{2}$.
$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
Donc $AB = AC$.

Comme le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme et qu'il a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est un losange.

Réponses non détaillées du sujet 2

Exercice 5 (5 points)

1. l'image de -3 par f. $\boxed{f(-3) = 3}$
2. l'image de 1 par f. $\boxed{f(1) = 2}$
3. les antécédents de 0 par f. Les antécédents de 0 par f sont -5 et 5.
4. les solutions de l'équation $f(x) = 3$. $\boxed{S = \{-3; -1\}}$
5. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) < 2$. $\boxed{S = [-6; -4[\cup]1; 7]}$
6. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$. $\boxed{[-4; 5]}$



Exercice 6 (2 points)
Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-4}$.

1. Calculer l'image de $\dfrac{11}{2}$ par f, simplifier. $\boxed{f\left(\dfrac{11}{2}\right) = 8}$
2. Rechercher les antécédents de 5 par f. 5 a un seul antécédent qui est 7

Exercice 7 (7 points)

1. Calculer la moyenne $\overline{x}$, arrondie à 10^{-1}. $\boxed{\overline{x} = \dfrac{350}{30} \approx 11,7}$
2. Déterminer la médiane de la série. $\boxed{Me = 12}$
3. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3. Interpréter ces résultats. $\boxed{Q_1 = 10, Q_3 = 14.}$
4. À l'aide de la calculatrice, donner l'écart-type σ arrondi au dixième. $\boxed{\sigma \approx 3,6}$
5. Dans la classe de Mme Breton, on a obtenu une moyenne de 11,4 et un écart-type de 2,6. Quelle classe a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne ?
$\sigma_A > \sigma_B$. La classe de M. Albert a les résultats les plus dispersés par rapport à la moyenne.

Note (Albert)	5	7	10	12	14	15	19
Effectif	2	4	7	5	6	4	2
ECC	2	6	13	18	24	28	30

Exercice 8 (6 points)

1. Placer dans un repère orthonormé les points $A(-4; -6)$, $B(8; -2)$, $C(6; 4)$, et $D(-6; 0)$.
2. Déterminer les coordonnées du milieu E de $[AC]$. Placer E. $\boxed{E(1; -1)}$
3. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme. Justifier.
On calcule les coordonnées du milieu F de $[BD]$, on trouve $F(1; -1)$, et comme les diagonales ont le même milieu, $ABCD$ est un paralélogramme.
4. Calculer la longueur AC. $\boxed{AC = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}.}$
5. $ABCD$ est-il un rectangle ? Justifier avec précision.
On calcule BD, on trouve $BD = 10\sqrt{2}$. Donc $AC = BD$.
Comme $ABCD$ est un parallélogramme avec les diagonales de même longueur, $ABCD$ est un rectangle.